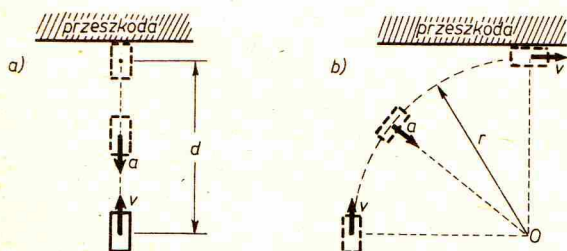


Przypominamy treść zadań:

53. Kierowca samochodu pędzącego po poziomej, suchej płycie lotniska nagle zauważył przeszkodę ustawioną prostopadle do kierunku jazdy. Jaki manewr — hamowanie czy skręt — daje większą szansę uniknięcia zderzenia z przeszkodą? Zakładamy, że nawierzchnia lotniska ma jednakowe własności w całym obszarze manewru, a przeszkoda jest szeroka.

54. Wyobraźmy sobie, że opanowano technikę superdrobnego druku, odczytywanego za pomocą mikroskopu elektronowego. Jakim kryteriom powinien odpowiadać materiał użyty jako „farba drukarska” nanoszona na podłoże przenikliwe dla elektronów, aby zapewnić trwałość zapisu i dobrą jakość obrazu? Oceń, jaką najmniejszą wielkość mogłaby mieć reprodukcja całości zbiorów biblioteki liczącej 1 milion książek, średnio po 400 stron. W jaki ewentualnie sposób można by informację zawartą w tych książkach zapisać na jeszcze mniejszej powierzchni?

55. Rozpatrujemy przypadek (a) hamowania ze stałym przyspieszeniem a skierowanym wzdłuż toru oraz przypadek (b) ruchu po łuku okręgu ze stałym przyspieszeniem dośrodkowym a_r oraz ze stałą prędkością. Przy założeniu, że w obu przypadkach siła wywołująca przyspieszenie jest równa maksymalnej sile tarcia opon o nawierzchnię (bez poślizgu), mamy $a = a_r = fg$



(f — współczynnik tarcia statycznego opon o nawierzchnię, g — przyspieszenie ziemskie). Przyjmując początkową prędkość samochodu równą v , obliczamy drogę samochodu do zatrzymania w przypadku (a) $d = v^2/2fg$ oraz promień skrętu w przypadku (b) $r = v^2/fg$. Z porównania wynika $r = 2d$, co oznacza, że hamowanie jest skuteczniejszą metodą uniknięcia zderzenia.

54. Zakładamy, że nasza reprodukcja jest odczytywana za pomocą prześwietleniowego (transmisyjnego) mikroskopu elektronowego. „Farba drukarska”, nanoszona na podłoże dobrze przepuszczające elektrony, powinna być mało przenikliwa dla elektronów, aby zapewnić należyty kontrast obrazu. Najmniej przenikliwe dla elektronów są ciężkie metale. Trwałość zapisu oznacza trwałość wiązań między atomami, z których składa się warstwa „farby”. Wiadomo, że im silniejsze wiązania, tym wyższa temperatura topnienia danej substancji. Spośród ciężkich metali kilka ma bardzo wysoką temperaturę topnienia, powinny więc one dobrze się nadawać do omawianego celu.

W prześwietleniowym mikroskopie elektronowym osiąga się bez większego trudu zdolność rozdzielczą 1 nm. Przyjmując, że zdolność rozdzielcza obrazu — w skali naturalnej — ma wynosić 0,1 mm, otrzymujemy powiększenie liniowe 10^5 . Powierzchnia reprodukcji może więc być 10^{10} razy mniejsza od powierzchni reprodukowanej. Dla biblioteki liczącej 4×10^8 stron odpowiada to powierzchni 0,04 strony. Przy przeciętnym polu powierzchni strony równym 400 cm^2 reprodukcja całości zbiorów bibliotecznych powinna się zmieścić w formacie $4 \text{ cm} \times 4 \text{ cm}$. Informację zawartą w tekście można by zapisać w jeszcze bardziej skondensowanej formie, korzystając z kodu binarnego. Każdą literę, a także inne symbole, można wyrazić za pomocą np. ośmiu bitów (powszechnie stosowany system w informatyce) — daje to możliwość zakodowania $2^8 = 256$ różnych znaków. W ten sposób zapis każdego znaku, zamiast kilkuset punktów obrazu, zajmowałby tylko osiem punktów (czarnych lub białych), a łączna powierzchnia zapisu nie przekraczałaby 1 cm^2 .



Zadania

Redaguje (w tym numerze wyjątkowo) dr Marcin E. KUCZMA

M 493. W pewnym zbiorze X określone są dwie relacje Q i R . Zakładamy, że R jest symetryczna, Q i R są przechodnie, oraz że dla dowolnych $x, y \in X$ zachodzi xRy lub xQy . Udowodnić, że R lub Q jest relacją pełną (tj. wiążącą wszystkie pary elementów zbioru X).
Rozwiązanie na str. 5

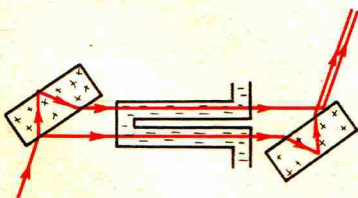
M 494. W trójkącie ostrokątnym T promienie kół opisanego i wpisanego mają długość odpowiednio R i r . Niech T' będzie trójkątem, którego wierzchołkami są spodki wysokości trójkąta T . Obwody trójkątów T i T' są odpowiednio $2p$ i $2p'$. Dowieść, że $p'/p = r/R$.
Rozwiązanie na str. 4

M 495. Czy istnieją wielomiany P, Q, R trzech zmiennych (x, y, z) spełniające tożsamościowo równość

$$(x - y + 1)^5 P(x, y, z) + (y - z - 1)^5 Q(x, y, z) + (z - x + 1)^5 R(x, y, z) = 1?$$

Rozwiązanie na str. 10

Redaguje dr Rafał STAROŃSKI



F 236. Rozpatrzmy doświadczenie Fizeau (patrz rysunek) pomiaru prędkości światła w poruszającej się wodzie. Woda znajduje się w rurach o długości $l = 6 \text{ m}$ i porusza się z prędkością $u = 5,5 \text{ m/s}$. Współczynnik załamania wody dla zielonej linii rtęci ($\lambda_0 = 546 \text{ nm}$) jest równy 1,3345. W doświadczeniu rejestruje się położenie centralnego prążka interferencyjnego promieni (na rysunku oznaczonych 2 i 3) dla dowolnego kierunku ruchu cieczy, a następnie zmienia się ten kierunek na przeciwny i znajduje się nowe położenie tego prążka. Znaleźć zależność obserwowanego przesunięcia od odległości między prążkami. Efekt Dopplera można zaniedbać.
Rozwiązanie na str. 7

F 237. Czy efekt Dopplera zaniedbany w zadaniu F 236 ma istotne znaczenie, jeśli okazuje się, że położenie prążków może być określone z dokładnością do 0,01 odległości między nimi? Obliczyć nowe położenie prążków interferencyjnych uwzględniając efekt Dopplera. Współczynnik załamania wody $n = 1,333$ dla $\lambda_0 = 589 \text{ nm}$.
Rozwiązanie na str. 11