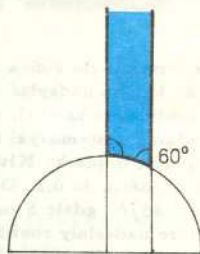
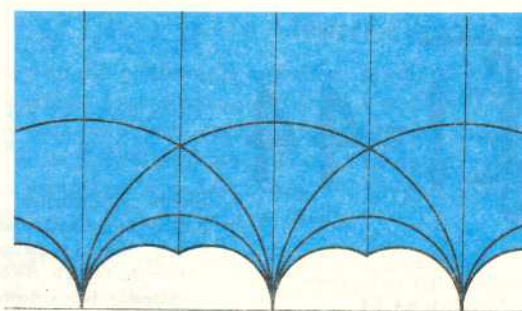


Usunięcie tej wady prowadzi do figury z rysunku 13, który nazywany jest geometryczną interpretacją przestrzeni torusów (abstrakcyjnych).



Rys. 13. To, że zaznaczone kąty rzeczywiście mają taką rozwartość, Czytelnik obliczy bez trudu (kąta między krzywymi to kąt między stycznymi do nich).

W konstruowaniu tej interpretacji była pewna dowolność. Każdy z Czytelników może wybrać inną drogę poszukiwania geometrycznej interpretacji przestrzeni torusów. Jeśli jednak zdecyduje się, by interpretacja ta była obszarem (ew. z pewnymi fragmentami brzegu), to otrzyma jedną z figur widocznych na rysunku 14 w części zabarwionej (lub jeszcze inne figury mieszczące się w nie zabarwionej części półpłaszczyzny). Wzajemna zależność między tymi obszarami upewnia matematyków, że geometryczna interpretacja przestrzeni torusów naprawdę mówi coś o torusach – obszary te można otrzymać z dowolnego z nich za pomocą symetrii osiowych względem tych fragmentów brzegu, które są półprostymi lub odcinkami, i inwersji względem tych fragmentów brzegu, które są łukami okręgów. Obszary te są więc w zdrowy, geometryczny sposób równoważne.



Rys. 14. Wszystkie kąty obszarów są równe 90° , 60° lub 0° (styczność).

Inwersja względem okręgu o środku O i promieniu r to przekształcenie, które każdemu punktowi $X \neq O$ przyporządkowuje taki punkt X' , że $\overrightarrow{OX'} \cdot \overrightarrow{OX} = r^2$ oraz $OX \parallel OX'$. Inwersja zachowuje kąty między krzywymi oraz przeprowadza proste i okręgi na proste i okręgi.

Dalsze badania przestrzeni torusów polegają na takim zmetryzowaniu półpłaszczyzny, w której mieszczą się reprezentujące tę przestrzeń figury, by opisane wyżej przekształcenia były izometriami. Odpowiednim sposobem mierzenia odległości okazuje się metryka zamieniająca półpłaszczyznę na płaszczyznę Bolyai-Łobaczewskiego. Ostatecznie przestrzeń torusów okazuje się być trójkątem prostokątnym niewłaściwym o kącie 60° na płaszczyźnie Bolyai-Łobaczewskiego, o czym warto może bardziej szczegółowo napisać przy innej okazji.

W artykule zakłada się milcząco, że jedyny sposób uczynienia torusa jednorodnym metrycznie to nadanie mu metryzacji lokalnie identycznej z płaszczyzną euklidesową. Nie jest to założenie arbitralne – dowodzi tego, że tak jest, twierdzenie Gaussa-Bonneta.



Zadania

Redaguje Michał WOJCIECHOWSKI

M 619. W węzłach figury z rysunku 1 (sześciokąt foremny rozbity na 24 trójkąty) wpisano parami różne liczby. Udowodnić, że znajdzie się co najmniej 7 takich trójkątów, iż liczby zapisane w ich wierzchołkach rosną w kierunku przeciwnym do ruchu wskazówek zegara.

Rozwiązanie na str. 7

M 620. Czy można siatkę przedstawioną na rysunku 2 (każda krawędź ma długość 1) przedstawić jako sumę pięciu łamanych długości 8?

Rozwiązanie na str. 7

M 621. W n -kącie foremnym należy każdy bok i każdą przekątną pomalować pewnym kolorem tak, by żadne dwa spośród tych odcinków mające punkt wspólny, nie były pomalowane tym samym kolorem. Ilu co najmniej kolorów należy użyć?

Rozwiązanie na str. 7

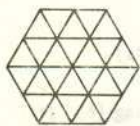
Redaguje Jarosław KULPA

F 325. Oszacuj czas zderzenia piłki futbolowej z betonową ścianą. Dane dotyczące piłki: masa $m = 0,6$ kg, promień piłki $r = 11$ cm, różnica ciśnień między ciśnieniem wewnątrz piłki a ciśnieniem atmosferycznym $p = 0,9$ atm (90 kPa).

Rozwiązanie na str. 16

F 326. Serce ludzkie przepompowuje $q = 5$ litrów krwi na minutę oraz wytwarza nadciśnienie $p \approx 100$ mmHg (13 kPa). Na ile dni pracy sztucznego serca o identycznych parametrach i sprawności $\eta = 50\%$ starczyłoby energii ze standardowego akumulatora samochodowego ($Q = 48$ A·h, $U = 12$ V)?

Rozwiązanie na str. 16



Rys. 1



Rys. 2