

rzeczywistości fizycznej. W 1935 roku opublikował wraz z Podolskim i Rosenem pracę, w której, jak mu się wydawało, wykazał, że mechanika kwantowa jest niekompletna. Koncepcja zwana do dziś jako paradoks EPR od pierwszych liter nazwisk autorów opierała się na następującym rozumowaniu:

*Jeżeli nie zakłócając w żaden sposób, czyli nie wykonując pomiaru, możemy przewidzieć wartość wielkości fizycznej w jakimś układzie, to mamy prawo powiedzieć, że wielkość ta istnieje rzeczywiście niezależnie od obserwatora. Jeżeli potrafimy przewidzieć wartość pędu cząstki w danym miejscu przestrzeni bez dokonywania pomiaru pędu tej cząstki, to cząstka ta ma rzeczywiście pęd niezależny od nas.

* Należy wykazać, że można zaprojektować doświadczenie, w którym bez dokonywania pomiaru pędu cząstki można określić dokładnie jego wartość. Będzie to dowód, że pęd cząstki jest wielkością niezależną od obserwatora, a więc, że istnieje obiektywnie.

Doświadczenie zaproponowane przez Einsteina i współpracowników przedstawię na przykładzie dwóch jednakowych kulek A i B ściśniętych sprężynką i związanych nitką. Przepalamy nitkę. Sprężynka oddala od siebie kulki. Są one jednakowe, więc lecą w przeciwnie strony z jednakową prędkością. Po odczekaniu dostatecznie długiego czasu, aby kulki oddaliły się od siebie i nie mogły już na siebie wpływać i wzajemnie się zakłócać, bo przecież sygnału nie można przesłać prędzej niż z prędkością światła, mierzymy prędkość kulki A z dowolnie dużą precyzją. Możemy nawet się zgodzić, że słuszna jest zasada nieoznaczoności i że w wyniku pomiaru pędu nie możemy znać położenia kulki A . Zgodnie z tą zasadą nie można bowiem zmierzyć z dowolną dokładnością prędkości i położenia. Ze względu na identyczność kulek A i B wiemy bez pomiaru, że kulka B biegnie w stronę przeciwną do ruchu kulki A z prędkością dokładnie taką samą jak prędkość kulki A . Czyli bez pomiaru prędkości kulki B znamy jej prędkość. Przeczy to interpretacji Bohra mechaniki kwantowej, która mówi, że nie można mówić o rzeczywistości fizycznej w oderwaniu od pomiaru. Einstein wyciągnął wniosek, że mechanika kwantowa jest niepełna i nie opisuje całej rzeczywistości.

W 1952 roku David Bohm zaproponował modyfikację mechaniki kwantowej. Być może, mówił, istnieją w teorii nieznanne nam parametry, tak zwane parametry

Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że po wykonaniu N skoków w czasie $t = N/m$ cząstka znajduje się w przedziale $[x, x + \Delta x]$? Jest ono równe

$$P_N(x)\Delta x = P_N(m) \frac{\Delta x}{2l},$$

ponieważ m może przyjmować jedynie parzyste lub jedynie nieparzyste wartości. Dla bardzo dużych N i m dużo mniejszych od N rozkład dwumianowy asymptotycznie przechodzi w rozkład Gaussa. Dla cząstki Browna nieskrępowanej istnieniem jakichkolwiek barier otrzymamy gęstość prawdopodobieństwa

$$P_t(x) = \frac{1}{2(\pi Dt)^{1/2}} e^{-\frac{x^2}{4Dt}},$$

natomiast dla cząstki poruszającej się w obecności bariery odbijającej, umieszczonej w punkcie o współrzędnej x_1 , jest ona równa

$$P_t^{x_1}(x) = \frac{1}{2(\pi Dt)^{1/2}} \left\{ e^{-\frac{x^2}{4Dt}} + e^{-\frac{(2x_1-x)^2}{4Dt}} \right\},$$

gdzie stała dyfuzji D jest określona jako

$$D = \frac{1}{2} ml^2.$$



Zadania

Redaguje Krzysztof OLESZKIEWICZ

M 711. Udowodnić, że jeśli liczby rzeczywiste a, b, c spełniają nierówności $a + b + c > 0$, $ab + bc + ca > 0$, $abc > 0$, to są dodatnie.

Rozwiązanie na str. 13

M 712. Nie posługując się wzorem Stirlinga udowodnić, że $80! > 10! \cdot 10^{100}$.

(Zadanie zaproponował P. Strzelecki)

Rozwiązanie na str. 12

M 713. Udowodnić, że dla dowolnych liczb dodatnich a, b, c zachodzi nierówność $(5 - a^2 - b^2 - c^2)abc \leq 2$.

Rozwiązanie na str. 13

Redaguje Jarosław KULPA

F 387. Zgodnie z efektem Hawkinga, na skutek kreacji par cząstek elementarnych w silnym polu grawitacyjnym czarne dziury promieniają w sposób zbliżony do promieniowania ciała doskonale czarnego

o temperaturze $T = \frac{\hbar c^3}{8\pi kGM}$ i powierzchni $S = 4\pi R^2$, gdzie $R = \frac{2GM}{c^2}$ jest promieniem Schwarzschilda czarnej dziury o masie M (k oznacza stałą Boltzmana).

Oszacować, jaką minimalną masę powinny mieć czarne dziury powstałe we wczesnych okresach istnienia Wszechświata, tj. około $t_0 = 18$ mld lat temu, aby nie wypromieniowały do tej pory całej swojej energii.

Rozwiązanie na str. 12

F 388. W metodzie Millikana wyznaczania ładunku elementarnego zakłada się, że na kropelki oleju rozpylone w powietrzu działa tylko siła oporu związana z lepkością powietrza. Oszacować, dla jakich promieni kropelek siła oporu aerodynamicznego stanowi mniej niż $\varepsilon = 1\%$ siły oporu związanej z lepkością. Gęstość oleju $\rho = 900 \text{ kg/m}^3$, współczynnik oporu aerodynamicznego przyjąć równy $c = 0,4$, lepkość powietrza $\eta = 1,81 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$.

Rozwiązanie na str. 12