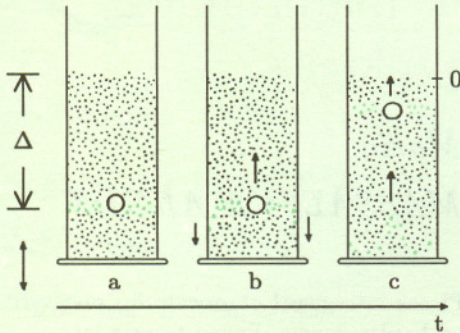


Drgania powierzchni Ziemi wywołane przez wodospady

ziaren ze względu na ich rozmiar, niezależnie od ciężaru właściwego, potwierdziły przeprowadzone nie tak dawno eksperymenty komputerowe. Znaleźli się jednak dociekliwi, którzy z kolei postanowili zweryfikować rezultaty modeli komputerowych w prawdziwym eksperymencie z kolorowymi kulkami szklanymi różnej wielkości.



Rys. 1

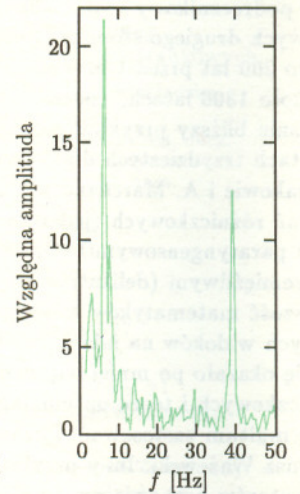
Na rysunku 1a przedstawiony jest cylinder, który poddawano regularnym sinusoidalnym drganiom o amplitudzie przyspieszenia równej $7g$ ($g = 9,81 \text{ m/s}^2$), czyli wyraźnie większej niż stosowana w doświadczeniach z transmisją drgań akustycznych (patrz *Delta* 6/1995). Wypełniono go małymi przezroczystymi kulkami o średnicy $0,2 \text{ cm}$, które zaznaczono na rysunku kropkami. Do cylindra włożono dodatkowo kulkę znacznie większą – o średnicy $1,9 \text{ cm}$ – umieszczając wokół niej małe kulki, takie jak te, które wypełniały cały cylinder, ale dla ułatwienia obserwacji zabarwione na czarno (na rysunku są one kolorowe). Rysunek 1a przedstawia początkowe ułożenie kulki w cylindrze. Kolejne rysunki (1b i 1c) pokazują, jak to ułożenie zmienia się w miarę upływu czasu, gdy cylinder był poddawany regularnym wstrząsom. Autorzy doświadczenia, James B. Knight, H.M. Jaeger oraz Sidney Nagel [1], stwierdzają wyraźnie, że w wyniku wstrząsań duże ziarno podąża ku górze wraz z otaczającymi je małymi ziarnami (zaznaczonymi na rysunku 1 grubszymi kropkami) wbrew powszechnemu oczekiwaniu, że będą one spadać w dół. Natomiast w dół zniżają się – ku zaskoczeniu obserwatorów – ziarna odległe od „olbrzyma”, położone w pobliżu ścian naczynia. Ponadto, można zauważyć, że gdy dojdą one do dna naczynia, wówczas same zaczynają również uczestniczyć w ruchu ku górze, który to ruch trwa nieprzerwanie środkiem naczynia. Gdy duże ziarno dotrze do

W jednym z zadań zamieszczonych w *Delcie* 2/1995 postawiłem następujące pytanie: jaka jest wysokość wodospadu, jeśli stojąc w jego pobliżu czujemy drgania gruntu o częstotliwości f ? Rozwiązanie zadania opierało się na założeniu, że w spadającej kolumnie wody powstaje fala stojąca o węźle u podnóża i strzałce przy górnej krawędzi wodospadu. Wtedy wysokość wodospadu jest równa jednej czwartej długości fali dźwiękowej, czyli

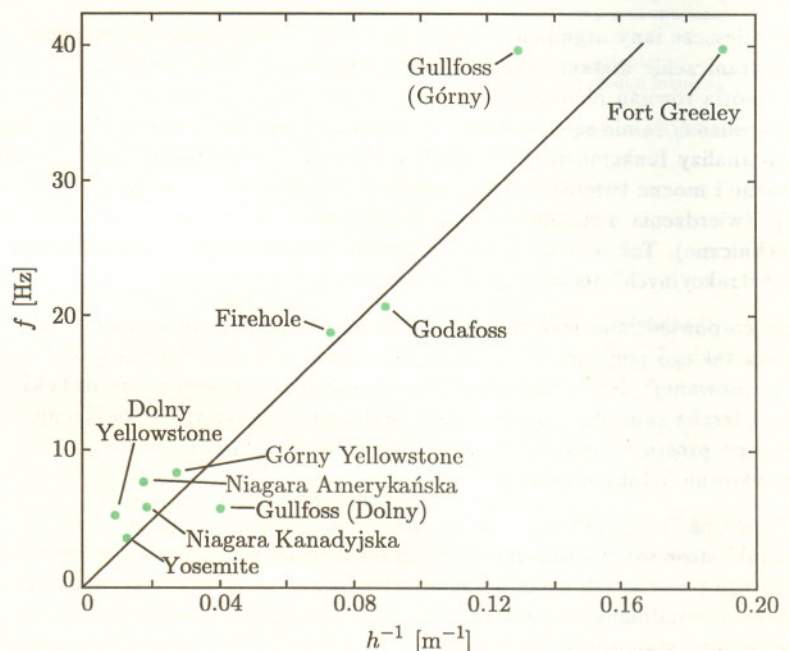
$$h = \frac{v}{4f},$$

gdzie v jest prędkością dźwięku w wodzie. Powyższy wzór nie jest ściśle: posługując się nim zakładamy, że woda spada pionowo, a krawędź przelewu jest ostra, co nie zawsze jest prawdą.

W naturalny sposób może pojawić się następujące pytanie: czy jest tak rzeczywiście, czy też jest to problem wydumany? Odpowiedź na nie przynoszą dane doświadczalne. Pod koniec lat sześćdziesiątych John S. Rinehart z Boulder w stanie Colorado (USA) zbadał dokładnie drgania gruntu w pobliżu dziewięciu wodospadów (o wysokości od 5 m do 93 m) Islandii, Alaski i kontynentalnej części USA. Okazuje się, że widmo drgań powierzchni Ziemi charakteryzuje się istnieniem silnie dominującej częstotliwości oraz nieregularnego tła, jeśli tylko spadek wody nie jest zbyt zakłócony, na przykład przez występy skalne. Silne tło istnieje w przypadku szerokich wodospadów, takich jak Niagara, ale nadal towarzyszy mu dominująca częstotliwość. Jeśli wodospad ma kilka kaskad, obserwuje się kilka dominujących częstotliwości odpowiadających każdej z nich.



Rys. 1. Widmo drgań gruntu wywołanych przez wodospad Gullfoss. Wykresy pochodzą z artykułu Johna Rineharta „Waterfall-Generated Earth Vibrations”, *Science*, vol. 164 (1969).



Rys. 2. Dominująca częstotliwość drgań gruntu w zależności od odwrotności wysokości wodospadu.

Przykładem może być szeroki dwuczęściowy islandzki Gullfoss (widmo jego drgań przedstawia rys. 1), charakteryzujący się dwiema dominującymi częstotliwościami: 6 Hz i 40 Hz, odpowiadającymi dwu kaskadom o wysokościach 27 m i 7,5 m. Pierwsza z tych częstotliwości należy do kategorii infradźwięków, druga mieści się w zakresie akustycznym. Rysunek 2 przedstawia dane dotyczące szczegółowo zbadanych przez Rineharta wodospadów, a dokładniej, zależność częstotliwości drgań od odwrotności wysokości wodospadu.

Zależność tę w zadowalającym przybliżeniu można określić jako liniową. Nachylenie prostej z rysunku 2 jest równe 250 m/s, czyli około jednej czwartej prędkości dźwięku w wodzie. Największe odstępstwa od liniowości obserwuje się dla niskich wodospadów, co prawdopodobnie bierze się stąd, że w rzeczywistości strzałka powstaje poniżej górnej krawędzi wodospadu, a zatem względny błąd jest tym mniejszy, im wyższy jest wodospad. W przypadku wodospadu Gullfoss łatwo można sprawdzić, że jest akurat odwrotnie; zgodność z doświadczeniem jest dobra dla niższej kaskady, dla wyższej błąd wynosi około 50%...

Nieregularne tło szumów częściowo jest zjawiskiem zewnętrznym, częściowo zaś także efektem działania wodospadu. Na rysunku 1 widać, że jest ono podwyższone w obszarze niskich częstotliwości; jest to charakterystyczne szczególnie dla wysokich wodospadów. Przyczyny tego zjawiska należy upatrywać w fakcie, że spadek wody jest przepływem turbulentnym; strumień rozpada się na liczne wiry, których rozmiary rosną podczas spadania. Efektem turbulencji są dość nieregularne silne uderzenia dużych mas wody o podstawę wodospadu, generujące drgania o niskich częstotliwościach.

Krzysztof REJMER



Zadania

Redaguje Krzysztof OLESZKIEWICZ

M 744. Podzielić koło na trzy części o równych polach, z których każda ma taki sam obwód, jak całe koło.

Rozwiązanie na str. 7

M 745. Stosując nierówność Younga (patrz artykuł Grzegorza Łukaszewicza „Wokół nierówności Younga” na str. 4) udowodnić, że dla wszystkich $x, y \geq 0$ oraz dowolnej liczby naturalnej k mamy

$$(x + y)^k \leq 2^{k-1}(x^k + y^k).$$

Rozwiązanie na str. 7

M 746. Niech $x_1 = 1995^{1995}$. Dla $n \geq 2$ definiujemy $x_n = S(x_{n-1})$, gdzie $S(m)$ oznacza sumę wszystkich cyfr liczby naturalnej m (zapisanej w układzie dziesiętnym). Obliczyć x_5 .

Rozwiązanie na str. 6

Redaguje Adam KOROCIŃSKI

F 409. Oszacować liczbę cząsteczek w atmosferze Ziemi. Dany jest promień Ziemi $R = 6400$ km, masa molowa powietrza $\mu = 0,029$ kg/mol i ciśnienie atmosferyczne na poziomie morza $p_0 = 1$ atm.

Rozwiązanie na str. 6

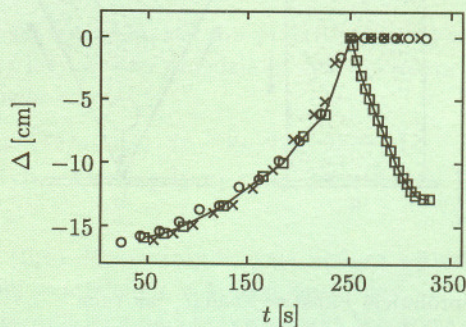
F 410. Do naczynia nalano pewną ilość czterochlorku węgla CCl_4 , a następnie warstwę wody tak, by nie zmieszać obu substancji. Przy normalnym ciśnieniu atmosferycznym woda wrze w temperaturze 100°C , a czterochlorek węgla w temperaturze $76,7^\circ\text{C}$. W trakcie powolnego ogrzewania naczynia na granicy rozdziału cieczy wrzenie rozpoczyna się w temperaturze $65,5^\circ\text{C}$. Wyjaśnić, dlaczego.

Rozwiązanie na str. 6

powierzchni, już tam pozostaje, bo nie może się włączyć w wąski strumień, jaki przy ścianie naczynia tworzą małe ziarna przemieszczające się ku dołowi. Jeśli natomiast do powierzchni dotrą małe ziarna, to nic nie stoi na przeszkodzie, by kontynuowały ruch ku ścianie naczynia, a następnie wzdłuż ścian w kierunku dna. Okazuje się, że w wibrującym z odpowiednią amplitudą cylindrze ruch konwekcyjny ziaren odbywa się regularnie środkiem naczynia, jak w fontannie, i bokami naczynia w dół, nawet wówczas, gdy wszystkie ziarna mają jednakową wielkość. Większe ziarna są jedynie porywane przez strumień małych ziaren wędrujących ku górze!

Co było przyczyną, że modele komputerowe potwierdzały wcześniejszą interpretację zjawiska segregacji ziaren? Aby to rozstrzygnąć, powtórzono poprzednie doświadczenie, ale dla cylindra o wypolerowanych ściankach. Okazało się, że wówczas ruch konwekcyjny jest wyraźnie utrudniony. Konwekcja może zachodzić dzięki oddziaływaniom kulek (ziaren) ze ściankami naczynia, a więc dzięki siłom tarcia. Tego oddziaływania nie uwzględniały modele komputerowe! Segregacja była w nich wynikiem zderzeń sąsiadujących ze sobą kulek o różnych rozmiarach.

Po stwierdzeniu faktu, że segregacja ziaren jest następstwem ruchu konwekcyjnego, ciekawa wydała się analiza samego zjawiska konwekcji. Powtórzono zatem doświadczenie zmieniając każdorazowo rozmiary większych kulek. Porównanie przebiegu ruchu konwekcyjnego przedstawia rysunek 2.



Rys. 2

Funkcja $\Delta(t)$, czyli odległość Δ dużego ziarna od powierzchni naczynia w zależności od czasu, jest identyczna dla różnych rozmiarów ziaren aż do momentu, gdy osiągną one powierzchnię naczynia. Potem ziarna o rozmiarach 1,9 cm