

# Klub 44

Liga zadaniowa Wydziału Matematyki, Informatyki i Mechaniki,  
Wydziału Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego i Redakcji *Delty*

## Skrót regulaminu

Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru  $n$  w terminie do końca miesiąca  $n + 3$ . Szkice rozwiązań zamieszczamy w numerze  $n + 4$ . Można nadsyłać rozwiązania czterech, trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Rozwiązania zadań z matematyki i z fizyki należy przesyłać w oddzielnych kopertach, umieszczając na kopercie dopisek: **Klub 44 M** lub **Klub 44 F**. Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez współczynnik trudności danego zadania:  $WT = 4 - 3S/N$ , gdzie  $S$  oznacza sumę ocen za rozwiązania tego zadania, a  $N$  – liczbę osób, które nadesłały rozwiązanie choćby jednego zadania z danego numeru w danej konkurencji (**M** lub **F**) – i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu **44** punktów, w dowolnym czasie i w którejkolwiek z dwóch konkurencji (**M** lub **F**), zostaje on członkiem **Klubu 44**, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo – to tytuł **Weterana**. Szczegółowy regulamin został wydrukowany w numerze 2/1995.

Termin nadsyłania rozwiązań:  
31 I 1996

## Zadania z matematyki nr 307, 308

**307.** Liczby dodatnie  $a, b, c$  spełniają nierówność

$$(a^2 + b^2 + c^2)^2 > 2(a^4 + b^4 + c^4).$$

Dowieść, że są one długościami boków pewnego trójkąta.

Zadanie **308** zaproponował pan Przemysław Gadziński ze Środy Śląskiej.

Redaguje Marcin E. KUCZMA

**308.** Dane są funkcje  $f, g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  o następujących własnościach:  $f$  jest funkcją różniczkowalną,  $f'(x) = g(f(x))$  dla  $x \in \mathbf{R}$ . Czy funkcja  $f$  musi być monotoniczna (niemalejąca lub nierosnąca)?

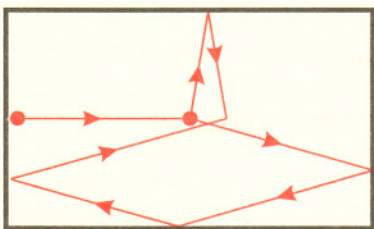
## Zadania z fizyki nr 205, 206

Redaguje Jerzy B. BROJAN

**205.** Małe naładowane ciało krąży po okręgu o promieniu  $r_0$  w jednorodnym polu magnetycznym o indukcji  $B_0$ . Jeśli pole magnetyczne nie zmieniając kierunku bardzo powoli wzrośnie lub zmaleje do wartości  $B_1$ , to ciało nadal będzie krążyć po okręgu. Znaleźć wzór na promień  $r_1$  nowego okręgu.

Wskazówka: Nie pomijać efektów wirowego pola elektrycznego (powstającego wskutek zmian  $B$ ).

**206.** Na prostokątnym stole bilardowym o wymiarach  $a \times b$  ( $a = 1$  m,  $b = 2$  m) znajdują się dwie jednakowe bile o średnicy  $d = 6$  cm – jedna na środku stołu, a druga przy środku krótszego boku. Chcemy tak uderzyć w drugą bilę, aby trafiła ona w środkową, dalej jedna z bil odbiła się od dłuższego boku stołu, a druga kolejno od krótszego, dłuższego i znów krótszego, po czym zderzyły się ponownie (rys.) Ocenić niezbędną do tego dokładność kierunku uderzenia początkowego (w stopniach).



# Zadania

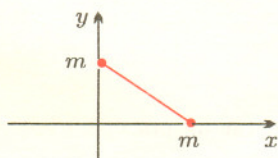
Redaguje Krzysztof OLESZKIEWICZ

**M 750.** Niech liczby  $a_1, a_2, \dots, a_{10}$  należą do zbioru  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Wykonujemy następujący eksperyment losowy: rzucamy dziesięć razy kostką sześcienną i sumujemy wyniki rzutów, jednakże jeśli w  $n$ -tym rzucie wypadnie  $a_n$  oczek, to nie bierzemy pod uwagę żadnego z następujących po nim rzutów (przyjmujemy, że ich wyniki są zerowe). Jak dobrać liczby  $a_1, a_2, \dots, a_{10}$ , by wartość oczekiwana sumy otrzymywanej w naszym eksperymencie była największa?  
Rozwiązanie na str. 6

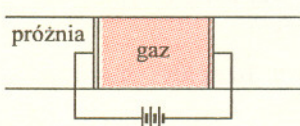
**M 751.** Na nieskończonej czarno-białej szachownicy tak kładziemy prostokąt, że dokładnie połowa nakrytej nim powierzchni jest biała; żądamy przy tym, by prosta zawierająca jeden z boków prostokąta przecinała krawędzie pół szachownicy pod ustalonym z góry kątem. Czy jest to możliwe niezależnie od wymiarów prostokąta?  
Rozwiązanie na str. 6

**M 752.** Udowodnić, że liczba  $S = \sum_{n=1}^{1995} n^n$  nie jest sześcianem żadnej liczby naturalnej.  
Rozwiązanie na str. 6

Redaguje Krzysztof REJMER



**F 413.** Dwa punkty materialne o masie  $m$  każdy poruszają się bez tarcia: jeden wzdłuż osi  $x$ , drugi wzdłuż osi  $y$  kartezjańskiego układu współrzędnych. Punkty połączono sztywnym nieważkim prętem o długości  $A$ . Wykazać, że ruch obu punktów jest ruchem harmonicznym i znaleźć częstotliwość drgań punktów. Autorem tego problemu jest Jorge B. Sztrajman (Universidad de Buenos Aires).  
Rozwiązanie na str. 7



**F 414.** Pomiędzy ruchomymi okładkami kondensatora płaskiego znajduje się gaz doskonały. Okładki połączone są ze źródłem o stałym napięciu  $U$ . Znaleźć równanie przemiany, jakiej podlega ten gaz podczas ogrzewania oraz ciepło molowe tej przemiany. Efekty brzegowe zaniedbujemy.  
Rozwiązanie na str. 7