

## Wzory na pierwiastki wielomianu stopnia 5

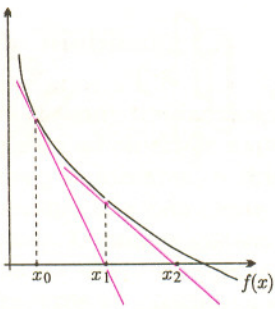
Każdy uczeń szkoły średniej wie, że gdy zna się współczynniki trójmianu kwadratowego, to można jawnymi wzorami wyrazić pierwiastki tego trójmianu. We wzorach tych wykonuje się (skończoną liczbę razy) tylko cztery działania arytmetyczne i pierwiastkowanie.

Podobnie rzecz się ma z wielomianami stopnia trzeciego i czwartego. Są wzory (bardziej zawile niż w przypadku trójmianu kwadratowego) wyrażające pierwiastki takiego wielomianu poprzez jego współczynniki.

Od niemal 200 lat wiadomo (Ruffini, Abel, Galois), że nie ma wzorów pozwalających wyrazić pierwiastki wielomianu stopnia większego od 4 jako funkcje współczynników tego wielomianu, o ile chcemy ograniczyć się do wykonywania (skończoną liczbę razy!) tylko czterech działań arytmetycznych i wyciągania pierwiastków różnych stopni. To twierdzenie o nieistnieniu nie powinno przerażać inżyniera, który przypadkiem natrafi na równanie stopnia piątego. Istnieją bowiem znakomite sposoby (np. metoda stycznych Newtona), które pozwalają na przybliżone znajdowanie pierwiastków takiego równania z dowolną z góry określoną dokładnością.

Kto przeszedł przez podstawowy kurs analizy matematycznej, słyszał zapewne, że całki nieoznaczonej  $\int e^{-x^2} dx$  nie można wyrazić przez funkcje elementarne za pomocą skończonej liczby działań arytmetycznych i składania funkcji, bez stosowania przejścia do granicy. To twierdzenie niewiele różni się od twierdzenia Ruffiniego–Abela–Galoisa, w tym sensie przynajmniej, że oba twierdzenia mają dowody korzystające z tych samych metod.

P.S.



Metoda stycznych Newtona to następujący sposób znajdowania przybliżonych rozwiązań równania

$$f(x) = 0:$$

1. Wybieramy (odgadujemy) początkowe przybliżenie rozwiązania;

2. Gdy mamy już przybliżenie  $x_n$ , to następne przybliżenie znajdujemy ze wzoru

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}.$$

Czytelnik, który zna definicję pochodnej, zechce sprawdzić, że  $x_{n+1}$  jest miejscem zerowym stycznej do wykresu  $f$  poprowadzonej przez punkt  $(x_n, f(x_n))$  (patrz rysunek). Gdy  $f$  i  $f'$  są monotoniczne, to przybliżenie  $x_{n+1}$  ma z reguły dwukrotnie więcej dokładnych cyfr, niż  $x_n$ .

## Cieplik

Ponad sto lat badań nad rozszerzalnością cieplną ciał dzieli pierwszy termoskop Galileusza z roku 1592 od termometru rtęciowego skonstruowanego przez Fahrenheita około roku 1715. W tym czasie nauczono się dokładnie porównywać temperatury ciał odkrywając „po drodze” anomalną rozszerzalność termiczną wody, a także obalając starożytne jeszcze przekonanie, że nasze ciało jest chłodniejsze w nocy niż w dzień (Santorio, przed 1634 rokiem). Wyobrażano sobie przy tym, że zmiana temperatury ciała jest związana z pochłanianiem lub oddawaniem otoczeniu subtelnej materii nazwanej cieplikiem. Początkowo sądzono, że składa się ona z małych i bardzo przenikliwych atomów obdarzonych ciężarem. Później (w latach 1760-1780), gdy Lavoisier wykazał, że zmiana ciężaru żarzonych próbek jest związana z reakcjami spalania, cieplik stał się niezniszczalnym i nieważkim płynem. W takiej formie teoria cieplika (po wprowadzeniu pojęć ciepła właściwego i ukrytego ciepła przemiany stanu skupienia) doskonale zgadzała się z precyzyjnymi pomiarami kalorymetrycznymi Blacka i pozwalała przewidzieć temperaturę końcową dowolnej mieszanki ciał stałych i cieczy, o ile tylko znane były masy i temperatury początkowe składników. Wsparta autorytetem Lavoisiera przetrwała niemal do połowy XIX wieku. Jeszcze Sadi Carnot formułując w rozprawie *Réflexions sur la puissance motrice du feu* (1824) twierdzenie o niemożliwości skonstruowania maszyny cieplnej, zamieniającej całe pobrane ciepło na pracę, posługiwał się pojęciem cieplika i działanie maszyn cieplnych tłumaczył pracą wykonaną przez cieplik przepływający od grzejnika do chłodnicy – podobnie jak spadająca woda porusza koło młyńskie. Już koniec XVIII wieku przyniósł jednak obserwacje podważające istnienie cieplika: produkcja ciepła podczas wiercenia luf armatnich nasunęła Benjaminowi Rumfordowi w 1798 roku pomysł o możliwości zamiany pracy mechanicznej na ciepło; w tym samym czasie zaobserwowano też przekaz ciepła przez promieniowanie mające wiele cech światła, a niewiele później produkcję ciepła towarzyszącą przepływowi prądu. Własności cieplika nie dało się już dalej ulepszać, tak aby pogodzić jego istnienie z nowo odkrytymi procesami. Na jego miejsce wprowadzone zostało pojęcie energii, wielkości, której ilość pozostaje stała w każdym układzie izolowanym niezależnie od przebiegających w nim procesów.

Andrzej MAJHOFER

