

Małe „conieco” dla Kubusia Puchatka

Krzysztof REJMER

W rodzinie naszej mawiano, że ojciec po zjedzeniu gruszki miał ręce mokre aż do łokci, a po chlebie z miodem potrzebna mu była kąpiel.

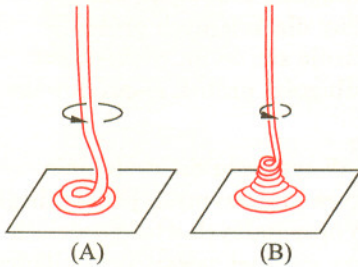
Christopher Milne
Zaczarowane miejsca

Tak po latach scharakteryzował swego ojca dawny bohater *Kubusia Puchatka*, już nie mały Krzys, ale dorosły Christopher.

Jedzenie miodu może być nie tylko przyjemnością (lub utrapieniem), ale także pretekstem do obserwacji własności płynów o dużej lepkości. Strumień płynnego miodu spadający z pewnej wysokości na płaszczyznę (może nią być zarówno kanapka, jak i swobodna powierzchnia miodu w słoiku) zachowuje się zupełnie inaczej niż woda. Jeśli strumień ma kołowy przekrój, to po zbliżeniu się do płaszczyzny odchyła się od pionu i wykonuje ruch okrężny wokół pierwotnego kierunku spadania. Strużka płynu układa się na płaszczyźnie w stożek przypominający zwoje liny ułożone jeden na drugim. Dół stożka powoli rozplywa się po powierzchni, jednak w najwyższej części zwoje są wyraźnie rozdzielone, a w środku stożka tworzy się niewielkie zagłębienie. Zjawisko to jest charakterystyczne nie tylko dla miodu, ale także dla innych płynów o dużej lepkości: smoły, gliceryny, syropów czy niektórych rodzajów oleju. Szczególnie ładne zwoje o dużym promieniu i na dodatek nie rozplywające się po płaszczyźnie można uzyskać posługując się prawie pustym pojemnikiem z żelem do golenia.

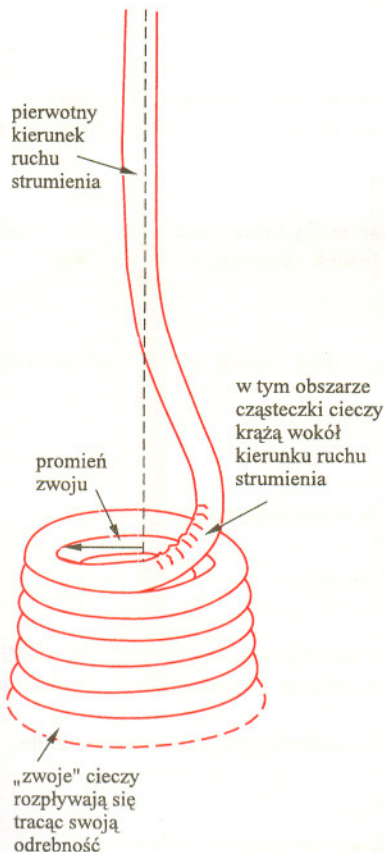
Zanim zastanowimy się nad tym pozornie niezwykłym zjawiskiem, dokonajmy podziału płynów na dwie grupy. Do pierwszej należą płyny, których lepkość zależy jedynie od temperatury (maleje z jej wzrostem); są to płyny newtonowskie. Druga grupa to płyny nienewtonowskie, których lepkość zależy nie tylko od temperatury, ale także od naprężeń w płynie – na ogół im większe jest naprężenie, tym mniejsza lepkość. Z płynami nienewtonowskimi o dużej lepkości mamy do czynienia na co dzień, najlepszym przykładem jest masło czy margaryna, które w niezbyt wysokich temperaturach ze względu na dużą lepkość same nie rozplywają się po powierzchni kanapki, jednak można je rozsmarować nożem, gdyż pod naciskiem ich lepkość w znacznym stopniu zmniejsza się. Płynami nienewtonowskimi są liczne inne produkty spożywcze: ketchup, majonez, musztarda, roztwory żelatyny oraz tytułowy miód. Są nimi także krochmal oraz farby, które nie powinny same rozplywać się po malowanej powierzchni, powinny natomiast łatwo dać się rozprowadzić pędzlem. Nie potrafimy do końca odpowiedzieć na pytanie, jaki mechanizm powoduje zmiany lepkości pod wpływem naprężenia. Prawdopodobnie istotną rolę odgrywa tu struktura cząsteczkowa; płyny nienewtonowskie mają zwykle duże cząsteczki o złożonej budowie. Pod wpływem naprężenia cząsteczki te ulegają rozciągnięciu i wyprostowaniu w kierunku działającej siły, co powoduje zmniejszenie wewnętrznego tarcia. Gdy naprężenie znika, cząsteczki powracają do swoich pierwotnych kształtów. Zmniejszenie się lepkości wywołane naprężeniem ułatwia także wyciskanie lepkiego płynu z tubki.

Własnościami nienewtonowskich płynów najprawdopodobniej należy tłumaczyć zjawisko znane jako „cud Św. Januarego”. Święty ten miał zostać zabity na początku czwartego wieku za odmowę zaparcia się wiary. Jedną z jego relikwii jest krew umieszczona w oprawnej w złoto szklanej ampułce, przechowywanej w Neapolu, którego San Gennaro jest patronem. Regularnie dwa razy w roku, a także w sytuacjach szczególnych zakrzepła bryłka krwi upłynnia się; jest to zjawisko bardzo dobrze udokumentowane. Podczas uroczystości ampłka wielokrotnie jest odwracana w celu sprawdzenia, czy cud się dokonał. Może to spowodować powstanie naprężeń dostatecznie dużych, by lepkość substancji uległa znacznemu zmniejszeniu. Wyjaśnienie to wydaje się tym bardziej prawdopodobne, że upłynnienie się krwi Św. Januarego obserwowano także podczas reperacji ampułki. Jej zawartość nie została nigdy zbadana. Neapolitańczycy nie przyjęli do wiadomości skreślenia ich patrona z listy świętych, a komisję papieską, która miała cud zbadać, przepędzili z miasta. Zjawiska tego rodzaju, polegające na upłynnianiu się niektórych żeli podczas

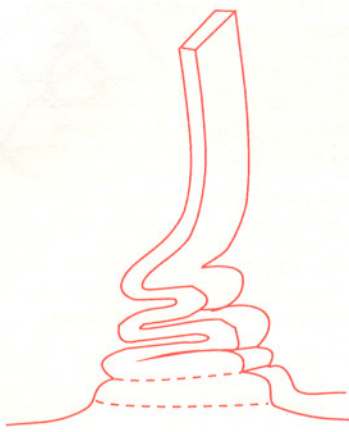


Rys. 1. Strumień cieczy o dużej lepkości zatrzymany na płaszczyźnie tworzy stożek.

(A) gruby strumień „zwija się” w stożek powoli, tworząc stożek o dużym promieniu i niewielkiej wysokości. (B) wąski strumień „zwija się” w stożek znacznie szybciej, tworząc wysoki stożek o małym promieniu.



Rys. 2. Stożek cieczy o dużej lepkości.



Rys. 3. Płaski strumień lepkiej cieczy układa się „w harmonijkę”.

mieszania lub wstrząsania, a potem zestalaniu się, kiedy pozostawić je w spokoju, nazywane są tiksotropią. Znane są żele, które upłynniają się już przy bardzo małych zaburzeniach.

Powróćmy jednak do spadającego na płaszczyznę strumienia płynu. Jeśli jego prędkość jest większa niż prędkość, z jaką może się on rozpląnąć po płaszczyźnie, w miejscu zetknięcia się płynu z płaszczyzną tworzy się stożek. Wyhamowanie płynu powoduje powstanie w nim naprężenia, które jest odpowiedzialne za wygięcie i wirowy ruch strumienia. Dokładny opis tego zjawiska nie istnieje, posłużmy się więc analogią. Jeśli sprężysty pręt postawimy pionowo na płaskim podłożu i podziałamy na niego siłą skierowaną pionowo w dół, to w przypadku twardego podłoża pod wpływem naprężenia pręt może się wygiąć w bok, a nawet pęknąć. W którą stronę się wygnie, tego określić nie można, decydują o tym drobne niejednorodności pręta oraz możliwe nieznaczące odchylenia od pionu. Podobnie jest w przypadku liny i strumienia lepkiej cieczy, z tą różnicą, że nie są to ciała sprężyste, więc ich odkształcenie ma inny charakter. Ale także i w tym przypadku istniejące w strumieniu niejednorodności decydują o tym, w którą stronę strumień zacznie się wyginać.

Strumień cieczy spadającej w polu grawitacyjnym w trakcie spadania zęża się. Wytlumaczenie tego jest proste. Przez każdy poprzeczny przekrój strumienia w jednostce czasu przepływa taka sama objętość cieczy, skoro jednak wzrasta jej prędkość, musi zmniejszyć się pole jej przekroju. Im węższy jest strumień (a więc im większa jest jego prędkość), tym węższy i wyższy stożek powstaje na płaszczyźnie i większa jest częstotliwość wirowania strumienia. W przypadku płynów nienewtonowskich przebieg zjawiska jest bardziej skomplikowany; duża prędkość strumienia oznacza, że w trakcie hamowania przy zderzeniu z płaszczyzną powstaje w nim duże naprężenie, a zatem duży jest też spadek lepkości i znacznie szybsze rozpląwanie się po płaszczyźnie. Interesujące nas zjawisko może wtedy wcale się nie pojawić. Jeśli przekrój strumienia nie jest kołem, zjawisko także przebiega inaczej. Płaski strumień zachowuje się jak tasiemka – zwija się w harmonijkę. Strumień nieregularny wije się w chaotyczny sposób układając jedną warstwę na drugiej, ale w różne strony.

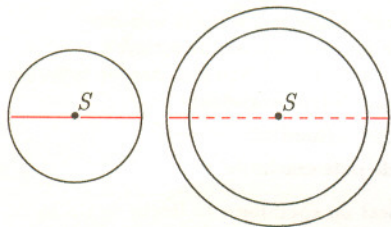
Wirowy ruch strumienia w obszarze znajdującym się bezpośrednio nad stożkiem na pozór może się wydawać sprzeczny z zasadą zachowania momentu pędu; tak jednak nie jest. Kiedy strumień odchyli się od pionu, cząsteczki płynu nie tylko poruszają się wzdłuż strumienia, ale także wykonują ruch obrotowy wokół kierunku spadania; przyczyną tego ruchu jest działanie momentów sił ciężkości i bezwładności. Istnienie tego ruchu jest trudne do zaobserwowania, a w warunkach domowych raczej niemożliwe. Najprostszy sposób polega na dodaniu do płynu drobnych cząsteczek, na przykład metalowych opiłków i śledzeniu ich ruchu z wykorzystaniem stroboskopu.

Kuchnia jest doskonałym miejscem do zabaw z lepkiimi płynami, trzeba jednak uważać, by nie stać się obiektem podobnych żartów jak A.A. Milne. Bardziej wyrafinowane, choć podobne eksperymenty można wykonać ze strumieniem lepkiej cieczy spadającym w innej cieczy o mniejszej lepkości. Najciekawszy jest ruch strumienia w warstwie podwójnej, w której ciecz o mniejszej gęstości znajduje się nad cieczą o gęstości większej (na przykład benzyna nad wodą). Przyspieszenie strumienia jest większe w warstwie górnej, dlatego gdy trafi on na granicę warstw, ulega wyhamowaniu, a powstające w nim naprężenie – jeśli jest dostatecznie duże – powoduje, że ruch strumienia przestaje być stabilny, strumień wygina się i zaczyna krążyć wokół pionu.

Na koniec wspomnijmy o czymś tylko pozornie odległym. Wiele ciał stałych, poddanych działaniu naprężeń, zachowuje się podobnie jak nienewtonowski, lepki płyn – zmniejsza się ich tarcie wewnętrzne. Należą do nich miękkie skały, na przykład piaskowce. To właśnie tą cechą, a nie precyzyjnym wykonaniem (nie umniejszając w niczym inżynierskich umiejętności starożytnych Egipcjan), należy tłumaczyć świetne dopasowanie skalnych bloków, z których zbudowane są piramidy. Ciśnienie u podnóża piramidy, wywołane jej ciężarem, jest przecież ogromne; w tych warunkach następuje znaczne zmniejszenie się wewnętrznego tarcia i miękka skała zachowuje się jak ciało plastyczne.



Rozwiązanie zadania M 784. Nie. Rozważmy kulę o promieniu 3 i kulę o promieniu 5 z usuniętą z jej wnętrza koncentryczną z nią kulę o promieniu 4.



Przekroje płaszczyznami przechodzącymi przez środki symetrii tych brył mają pola odpowiednio 9π i $(25 - 16)\pi$, a więc równe, jednakże objętość pierwszej bryły wynosi 36π , drugiej zaś – aż $\frac{234}{3}\pi$.



Rozwiązanie zadania M 785. Wyboru dokonamy indukcyjnie. Pierwszy punkt możemy wybrać dowolnie. Załóżmy, że wybraliśmy już z bryły $n < 200$ punktów, z których żadne dwa nie są oddalone mniej niż o 1. Rozważmy zbiór będący sumą kulek o środkach w tych punktach i promieniach równych 1. Objętość tego zbioru nie przekracza $\frac{4}{3}\pi n < 5n < 1000$, zatem nie może on zawierać całej bryły. Wybierzmy dowolny punkt bryły nie należący do tego zbioru – będzie on odległy od każdego z wybranych uprzednio punktów o co najmniej 1. Indukcję można więc prowadzić aż do osiągnięcia $n = 200$, co kończy dowód.