



### Rozwiązanie zadania M 806.

Na mocy nierówności Bernoulliego  $((1+x)^n \geq 1+nx$  dla  $x > -1$  i dla naturalnych  $n$ ) mamy

$$(1 + \frac{m}{n})^n \geq 1 + n \cdot \frac{m}{n} = m + 1,$$

więc

$$\frac{1}{\sqrt[n]{m+1}} \geq \frac{n}{m+n}.$$

Podobnie,

$$\frac{1}{\sqrt[n]{n+1}} \geq \frac{m}{m+n}.$$

Dodając obie nierówności stronami, otrzymujemy stąd

$$\frac{1}{\sqrt[n]{m+1}} + \frac{1}{\sqrt[n]{n+1}} \geq \frac{n}{m+n} + \frac{m}{m+n} = 1.$$

Jednak całkowitej pewności nie mamy. Chcielibyśmy mieć również testy dające pewność wyniku: albo liczba  $n$  jest pierwsza, albo jest złożona. Takie testy istnieją, choć są znacznie wolniejsze od testu opisanego wyżej. Za pomocą testu Millera–Rabina możemy na małym komputerze szybko testować liczby nawet kilkusetcyfrowe. Najprostsze znane testy deterministyczne (tzn. dające odpowiedź pewną) wymagają znacznie większych komputerów i działają znacznie wolniej.

Na zakończenie wspomnę jeszcze, że z pewnej nie udowodnionej dotychczas hipotezy, tzw. uogólnionej hipotezy Riemanna, wynika, że jeśli liczba  $n$  jest złożona, to istnieje podstawa  $a < 70(\log_2 n)^2$ , dla której test Millera kończy się przypadkiem 3. A więc wtedy mamy pewność, że liczba  $n$  jest złożona. Wystarczy w tym celu przebadać nie więcej niż  $70(\log_2 n)^2$  podstaw. Jeśli liczba  $n$  ma około 100 cyfr dziesiętnych, to wystarczy zbadać około 8 milionów podstaw, a to można zrobić za pomocą stosunkowo niedużego komputera.

## Patrz w niebo

Jowisz jest nagminnie cytowanym przykładem obiektu w Układzie Słonecznym, który znacznie więcej wyświeca energii, niż otrzymuje jej od Słońca. Obecnie wszyscy badacze zgodnie twierdzą, że ten nadmiar energii Jowisza pochodzi z bardzo powolnego kurczenia się całego globu (lub jego pewnych części), czyli nieznacznego osiadania „pod własnym ciężarem”, choć różnią się co do szczegółów tego procesu.

Do niedawna wydawało się, że w Układzie Słonecznym jest jeszcze jeden glob zachowujący się do pewnego stopnia analogicznie, mianowicie satelita Jowisza, Io. Jego energiczny wulkanizm wywołany jest tym, że zmiany odległości od Jowisza powodują zmienne działanie pływowe planety, a to pociąga za sobą ustawiczne wyginanie skorupy satelity, a więc jego grzanie. Otóż pomiary promieniowania podczerwonego (wykonane już dawno przez Voyagery i kontynuowane do dziś) wykazały, że glob satelity jest średnio gorętszy, niż wynikałoby to z pływowego działania Jowisza. Nietrudno domyślić się, że wyjaśnienie tego faktu nastąpiło w wyniku uwzględnienia wpływu promieniowania słonecznego na warunki panujące na Io. Wpływ ten okazał się jednak nie tak oczywisty, jak się z początku zdawało.

Przede wszystkim stwierdzono, że większość termicznego promieniowania Io pochodzi wcale nie z zapadłisk wypełnionych płynną lub krzepnącą magmą o temperaturze od 600 K wzwyż. Najwięcej podczerwieni emitują wielkie, obejmujące tysiące kilometrów kwadratowych obszary niezbyt gorące, bo o temperaturze około 300 K, a więc o około 100 K wyższej, niż ma średnio grunt na dziennej stronie Io. Nawiasem mówiąc, obszarem tym nie odpowiadają żadne widoczne na powierzchni obiekty. Całkowita emisja podczerwieni przez satelitę gwałtownie spada, gdy wchodzi on w cień Jowisza, musi więc za nią odpowiadać w dużym stopniu Słońce, a zmiany temperatury mogłyby tłumaczyć fakt, że widocznie powierzchnia Io pokryta jest warstwą pyłu o małej pojemności cieplnej. Jednak te wielkie ciepłe obszary pozostają ciepłe po wejściu satelity w cień Jowisza, ich energia musi więc pochodzić z głębi globu i hipoteza pyłu jest nie do obronienia.

Zasugerowano wreszcie, że za gwałtowne skoki emisji podczerwieni mogą być odpowiedzialne wspomniane już rozlewiska lawy. Choć są już gorące, to jednak jako czarne absorbują niemal całe padające na nie promieniowanie słoneczne. Stają się przez to gorętsze i przyczyniają się w ten sposób do zwiększenia emisji podczerwieni Io, a w cieniu Jowisza mogą szybko wystygnać do poprzedniej temperatury. Problem był więc w zasadzie banalny – przeoczono absorpcję promieniowania słonecznego w samych rozlewiskach lawy. Ich powierzchnia jest w sumie niewielka, lecz przy dokładności współczesnych technik pomiarowych niezgodność obserwacji z teorią domagała się wyjaśnienia.

Tomasz KWAST

