

Doświadczalne badanie rezonatorów akustycznych

Michał KORCH, Krzysztof PSTRĄGOWSKI,
Jakub TORENC

Badanie rezonatorów rozpoczniemy od stosunkowo prostego układu, jakim jest struna. Możemy traktować go jako ciągły, co pozwala opisać falę, czyli zaburzenie rozchodzące się w strunie, za pomocą jednej ciągłej funkcji położenia i czasu.

Jeżeli założymy, że w położeniu równowagi struna jest rozciągnięta wzdłuż poziomej osi x , a wychylenie z położenia równowagi następuje w kierunku pionowej osi y , to równanie fali biegnącej po strunie będzie miało następującą postać (zobacz np. „Fale” F.C. Crawforda)

$$y(x, t) = A \cos \frac{2\pi}{\lambda}(x - ut),$$

gdzie u jest prędkością rozchodzenia się fali, A jej amplitudą, a λ jej długością (o czym można się przekonać, sprawdzając, że $y(x + \lambda, t) = y(x, t)$, czyli że wychylenie punktów struny odległych o λ jest takie samo).

Jeśli końce naprężonej struny unieruchomimy tak jak np. w gitarze, to będą one odbijać falę, zmieniając znak wychylenia na przeciwny. (Zmianę znaku można zaobserwować za pomocą w miarę długiego, uwiązanego na jednym końcu sznura.) Fala odbita porusza się w przeciwnym kierunku, czyli z prędkością $-u$ i interferuje z pierwotną, tworząc falę stojącą. Zatem wychylenie wypadkowe struny wynosi

$$y = A \cos \frac{2\pi}{\lambda}(x - ut) - A \cos \frac{2\pi}{\lambda}(x + ut).$$

Korzystając ze wzoru na różnicę kosinusów, otrzymujemy

$$y = -2A \sin \left(2\pi \frac{ut}{\lambda} \right) \cdot \sin \left(2\pi \frac{x}{\lambda} \right).$$

Pierwszy człon opisuje drganie z częstością $f = u/\lambda$, a drugi – przestrzenny kształt fali stojącej. Po skorzystaniu z warunków brzegowych (na końcach struny wychylenie w każdej chwili jest zerowe) otrzymamy następujący związek między długością struny l a długością fali:

$$\lambda = 2l/n,$$

gdzie n jest dowolną liczbą naturalną. Wynika stąd, że częstość kolejnych modów drgań własnych struny powinna być proporcjonalna do numeru modu n i odwrotnie proporcjonalna do długości struny

$$f = u \frac{1}{\lambda} = u \frac{n}{2l}.$$

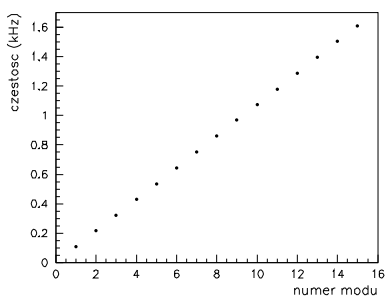
Zależność tę postanowiliśmy sprawdzić doświadczalnie dla struny gitarowej A, nastrojonej tak, że jej podstawowa częstość własna wynosiła 107 Hz.

Do pomiaru wykorzystaliśmy cyfrowy oscyloskop z możliwością analizy częstości, który stanowił integralną część karty muzycznej komputera.

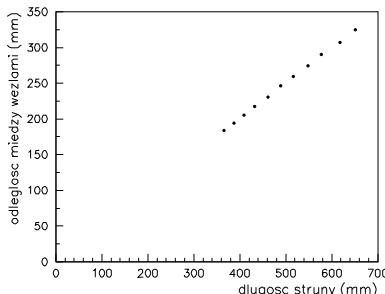
Zmierzyliśmy częstości dla n zawartego w przedziale od 1 do 15. Wyniki pomiarów przedstawia rysunek 1. Widać na nim wyraźnie, że zależność częstości od n jest liniowa, a więc taka, jak oczekiwaliśmy.

Następnym etapem doświadczenia było znalezienie takich punktów na strunie, w których tłumienie (dotknięcie) struny palcem nie powoduje zaniku dźwięku. Takie punkty są węzłami fali stojącej, odpowiadającej określonym modom, bowiem mody nie mające w owych punktach węzłów zostają wytłumione. Staraliśmy się znajdować węzły fali stojącej tak, aby mierzone odległości były równe połowie długości fali. Na rysunku 2 pokazany jest związek między odległością węzłów (przy wzbudzeniu modu numer 2) a długością struny. Zgodnie z przewidywaniem zależność ta jest liniowa.

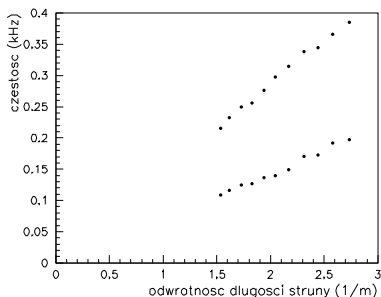
Doświadczalnie sprawdziliśmy również, czy jest spełniona zależność między częstością a długością struny. Otrzymane wyniki ponownie potwierdzają nasze



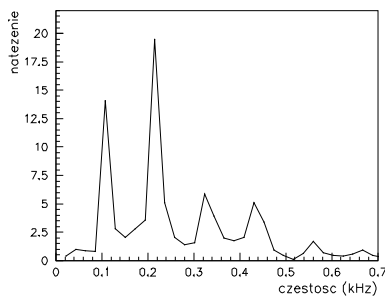
Rys. 1. Zależność częstości drgań struny od numeru wzbudzonego modu.



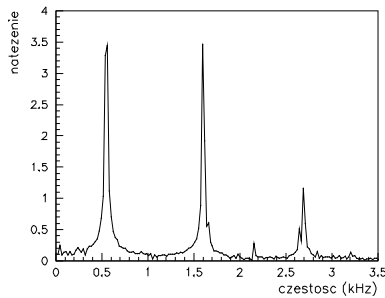
Rys. 2. Związek odległości węzłów z długością struny.



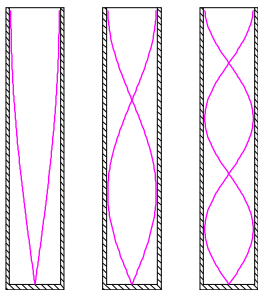
Rys. 3. Zależność częstości drgań struny od odwrotności długości struny dla modów numer 1 i 2.



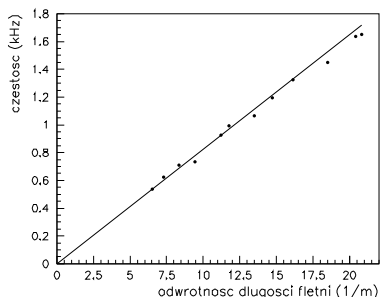
Rys. 4. Widmo częstości drgań struny.



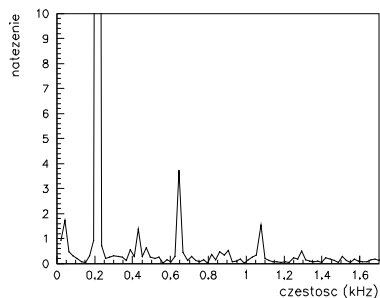
Rys. 5. Widmo częstości drgań fletni.



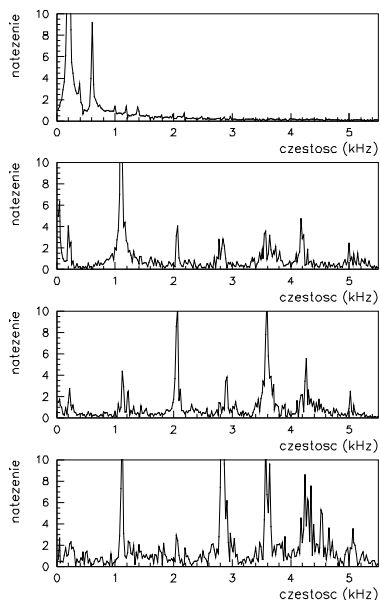
Rys. 6. Kolejne mody drgań ($n = 1, 3, 5$) słupa powietrza we fletni Pana.



Rys. 7. Zależność częstotliwości drgań akustycznych od odwrotności długości fletni.



Rys. 8. Widmo częstotliwości drgań powietrza w butelce. Wzbudzenie drgania podstawowego i jego harmonicznch.



Rys. 9. Widma częstotliwości drgań powietrza w butelce przy różnych sposobach dmuchania.

przewidywania, gdyż częstota zmienia się liniowo z odwrotnością długości struny dla obydwu modów przedstawionych na rysunku 3.

Następne doświadczenie przeprowadziliśmy z fletnią Pana. Badany instrument zbudowany był z rurek bambusowych o różnej długości i średnicy od 1,00 cm do 0,71 cm oraz grubości ścianki 1 mm. Na rysunku 5 przedstawione jest otrzymane przez nas widmo częstotliwości, które można porównać z widmem częstotliwości struny (rys. 4). W widmie fletni widać głównie nieparzyste harmoniczne częstotliwości podstawowej, podczas gdy w strunie wzbudzają się wszystkie harmoniczne. Dzieje się tak, gdyż powstające w rurce fale stojące powinny mieć węzeł na dnie i strzałkę u wylotu rurki. To założenie spełniają tylko fale o częstotliwościach będących nieparzystymi wielokrotnościami częstotliwości podstawowej. Schematycznie ilustruje to rysunek 6.

Następnie zbadaliśmy, jak zależy częstota tonu podstawowego od długości piszczałki. Wyniki pomiarów przedstawiamy na wykresie 7. Okazuje się, że podobnie jak w przypadku struny, częstota jest odwrotnie proporcjonalna do długości drgającego elementu, w tym przypadku słupa powietrza w rurce. Do danych doświadczalnych dopasowaliśmy taką oto zależność:

$$f = \frac{v}{4d},$$

gdzie f jest częstotliwością podstawową, v prędkością dźwięku, a d długością piszczałki.

Ostatnim badanym przez nas rezonatorem była butelka. Dmuchając odpowiednio w otwór, można wzbudzić drgania powietrza w butelce. Widmo otrzymane w przypadku wzbudzenia drgania o najniższym tonie przedstawia rysunek 8. Oprócz częstotliwości podstawowej w widmie widać wyższe harmoniczne. Pod tym względem butelka przypomina fletnię Pana, gdyż wzbudzane są głównie mody o częstotliwościach, które są nieparzystymi wielokrotnościami modu podstawowego.

Czy jednak da się opisać drgania akustyczne słupa powietrza w butelce w sposób równie prosty jak poprzednie rezonatory?

Na następnym rysunku pokazane są widma drgań wzbudzanych w butelce przy różnych sposobach dmuchania. Jak widać, można z niej wydobyć wiele różnych tonów, które nie są powiązane jakąś prostą zależnością matematyczną, w szczególności nie są wielokrotnościami pewnej częstotliwości podstawowej. Nie jest to jednak dziwne. Butelka jest rezonatorem trójwymiarowym i nie może być w pełni opisana tak prostymi wzorami, jak stosowane dla struny czy fletni, które można traktować jako rezonatory jednowymiarowe.

Zbadaliśmy kilka rezonatorów akustycznych występujących w otaczającym nas świecie. Przekonaliśmy się, że jeżeli rezonator można traktować jako jednowymiarowy, to częstota podstawowa jest odwrotnie proporcjonalna do długości rezonatora. W rezonatorach tych wzbudzane są też częstotliwości harmoniczne, które są wielokrotnością częstotliwości podstawowej, przy czym w rezonatorach akustycznych, zbudowanych tak jak fletnia Pana, generowane są głównie nieparzyste harmoniczne. Bardziej skomplikowane rezonatory, których przykładem może być słup powietrza w butelce, mogą wykazywać pewne podobieństwa do rezonatorów jednowymiarowych, ale nie dają się w pełni opisać prostymi zależnościami matematycznymi.

W jednym z następnych numerów nasi koledzy przedstawiają badanie jeszcze jednego rodzaju często spotykanego rezonatora, jakim jest pręt. Okazuje się, że choć jego widmo nie przypomina widm rezonatorów jednowymiarowych, to zależności między częstotliwościami wzbudzanych drgań a wymiarami pręta dają się opisać analitycznie.

Serdecznie dziękujemy panu profesorowi Janowi Gajowi za pomoc w przygotowaniu doświadczeń i spisaniu wyników.

Pracę wykonano na Wydziale Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego w ramach warsztatów naukowych organizowanych przez Krajowy Fundusz na rzecz Dzieci.