delta
$h=6{,}63\cdot10^{-34}$ J·s $\pi=3{,}141592...$
POPULARNY MIESIĘCZNIK MATEMATYCZNO-FIZYCZNO-ASTRONOMICZNY

Olimpiada

Zadania I stopnia Olimpiady Fizycznej, Astronomicznej i Matematycznej oraz Olimpiady Matematycznej Gimnazjalistów 2006/2007

LVI OLIMPIADA FIZYCZNA

ZADANIA ZAWODÓW I STOPNIA

Rozwiązania zadań I stopnia należy przesyłać do **Okręgowych Komitetów Olimpiady Fizycznej** w terminach: część I – do **25 października** br., część II – do **15 listopada** br.. O kwalifikacji do zawodów II stopnia będzie decydować suma punktów uzyskanych za rozwiązania zadań części I i II. Szczegóły dotyczące regulaminu oraz organizacji Olimpiady można znaleźć w broszurze i na afiszu rozesłanych do szkół średnich oraz na stronie internetowej http://www.kgof.edu.pl

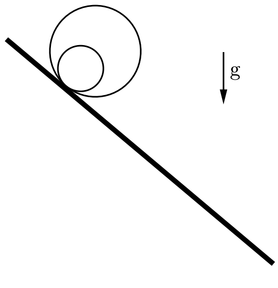
CZĘŚĆ I (termin wysyłania rozwiązań – **25 października 2006 r.**)

Uwaga: Rozwiązania zadań należy zamieścić w kolejności zgodnej z ich numeracją. Wszystkie strony pracy powinny być ponumerowane. Na każdym arkuszu należy umieścić nazwisko i imię oraz adres autora pracy. Na pierwszym arkuszu pracy dodatkowo należy podać nazwę, adres szkoły i klasę oraz nazwisko i imię nauczyciela fizyki.

Podaj i krótko uzasadnij odpowiedź. Za każde z 15 zadań można otrzymać maksimum 4 punkty.

1. Wewnątrz sfery (powłoki kulistej o bardzo małej grubości) o promieniu R i masie M znajduje się sfera o promieniu $R/2$ i masie $M/8$. Sferę puszczono bez prędkości początkowej z równi pochyłej o wysokości h (patrz rysunek 1, przedstawiający chwilę początkową), gdzie $h \gg R$. Następnie wyjęto z niej mniejszą sferę i puszczono dokładnie w taki sam sposób jak poprzednio. W którym przypadku prędkość u podstawy równi była większa?

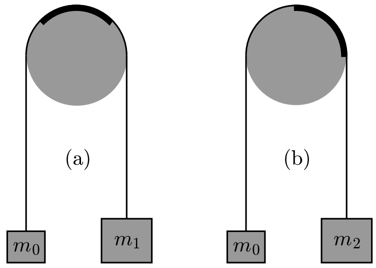
Pomiń opór powietrza i tarcie toczne. Ani między sferami, ani między większą sferą a równią nie występuje poślizg. Sfery nie są ze sobą połączone.



Rys. 1

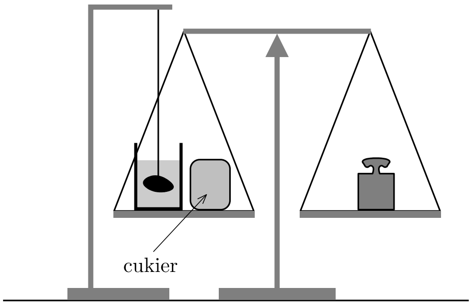
2. Przez nieruchomą belkę o przekroju kołowym przewieszona jest cienka, wiotka i nierozciągliwa linka o zaniedbywalnej masie. Jedna czwarta powierzchni belki jest szorstka (współczynnik tarcia liny o tę część belki jest równy 1), a pozostała – śliska (współczynnik tarcia liny o tę część belki jest równy 0). Do jednego końca liny jest przymocowany ciężarek o masie m_0. Gdy szorstka część belki znajduje się w najwyższym możliwym położeniu, to maksymalny ciężar przymocowany do drugiego końca belki, przy którym układ pozostaje w równowadze, ma masę równą m_1 (patrz rys. 2a). Jaki maksymalny ciężar, przy którym układ pozostaje w równowadze, można powiesić na drugim końcu liny, jeśli belka zostanie obrócona o kąt 45° w stosunku do poprzedniego położenia (patrz rys. 2b)?

Oś belki jest w obu przypadkach pozioma, a cała lina znajduje się w płaszczyźnie prostopadłej do tej osi.



Rys. 2

3. Na jednej szalce wagi stoi naczynie z wodą. W wodzie zanurzony jest kamień, zwisający ze statywu, którego podstawa znajduje się poza szalką (patrz rysunek 3). Obok naczynia, na tej samej szalce, znajduje się torba z cukrem. Na drugiej szalce wagi są odważniki. Początkowo waga jest w równowadze. Co się stanie po wsypaniu cukru do wody i rozpuszczeniu się go?



Rys. 3

4. Dzieci siedzą na obwodzie spoczywającej karuzeli. Moment bezwładności karuzeli wraz z dziećmi (względem osi obrotu karuzeli) jest równy $I_K = 180\,\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2$. W chwili początkowej pies Azor stoi na karuzeli obok swojego właściciela Adasia. Po chwili Azor przeskakuje do sąsiedniego dziecka, potem do następnego itd., aż w końcu dociera znowu do Adasia. Oblicz kat ϕ_K, o jaki karuzela obróciła się względem trawnika.

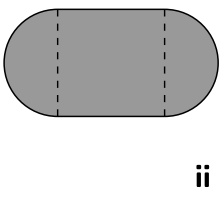
Przyjmij, że Azor znajdował się stale w odległości $r = 2\,\mathrm{m}$ od osi karuzeli, a jego masa $m = 10\,\mathrm{kg}$. Pomiń tarcie i opór powietrza.

5. Stworzono nową konkurencję pływacko-biegową: należy dostać się z punktu A do odległego od niego o $d = 3600\,\mathrm{m}$ punktu B w jak najkrótszym czasie, przy czym można się poruszać po dowolnym torze. Oba te punkty znajdują się w wodzie w odległości $h = 1000\,\mathrm{m}$ od prostoliniowego brzegu. Pewien zawodnik biega zawsze z prędkością v_l, a w wodzie pływa zawsze z prędkością $v_\mathrm{w} = v_\mathrm{l}/2$ (to bardzo dobry pływak, a zły biegacz). Jaką taktykę powinien przyjąć zawodnik: płynąć do brzegu (jeśli tak, to pod jakim kątem?), biec po lądzie, a potem płynąć do punktu B, czy płynąć wprost do punktu B?

Pomiń czas potrzebny do wejścia do wody i do wyjścia z niej.

6. Cienki, masywny pręt umocowany jest na nieważkiej osi przechodzącej przez jego środek masy i tworzącej z prętem kąt α. Pręt obraca się ze stałą prędkością kątową ω wokół tej osi. W pewnym momencie oś pęka i dalej pręt porusza się swobodnie. Opisz dalszy ruch pręta. Grawitację pomijamy.

7. Trzy metalowe przedmioty (o bardzo dużym przewodnictwie cieplnym): kulę, sześcian oraz walec o promieniu podstawy R i długości $2R$, do którego podstaw przymocowane są dwie półkule o promieniu R (patrz rys. 4), znajdują się w próżni, w tej samej (dużej) odległości od Słońca, ale daleko od siebie. Dwie ściany sześcianu oraz oś walca są prostopadłe do kierunku przedmiot – Słońce. Przedmioty zachowują się jak ciała doskonale czarne i są w równowadze termodynamicznej. Który z nich ma najwyższą, a który najniższą temperaturę?

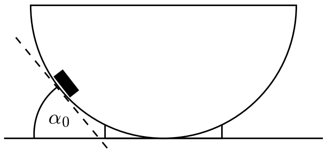


Rys. 4

8. Mleko zostało nalane do naczynia w kształcie stożka, którego podstawa znajduje się u dołu. Po pewnym czasie mleko rozdzieliło się na dwie części – śmietanę na górze i resztę mleka na dole. Czy ciśnienie na dno naczynia wzrosło, zmalało, czy też nie zmieniło się?

Przyjmij, że rozdział faz nie zmienia całkowitej objętości.

9. Mały klocek położono wewnątrz nieruchomej, kulistej czaszy o promieniu R, w miejscu, w którym kąt nachylenia powierzchni w stosunku do poziomu jest równy $\alpha_0 = 50^\circ$ (patrz rys. 5). Współczynnik tarcia klocka o czaszę jest równy $\mu = 1$. W którym miejscu klocek się zatrzyma? Pomiń opór powietrza i uwzględnij, że w rozpatrywanym przypadku w każdej chwili ruchu $v^2 \ll \mathrm{g}R$, gdzie v jest prędkością klocka, a g – przyspieszeniem ziemskim.



Rys. 5

10. Metalowa struna gitarowa o długości $L = 0{,}65\,\mathrm{m}$ drga z częstotliwością $f = 300\,\mathrm{Hz}$. Jest to jej podstawowy mod drgań. Amplituda drgań w środku struny jest równa $A = 5\,\mathrm{mm}$. Płaszczyzna drgań jest prostopadła do pola magnetycznego Ziemi, którego indukcja w tym miejscu wynosi $B = 50\mu\,\mathrm{T}$. Oblicz maksymalną siłę elektromotoryczną wyindukowaną między końcami struny. Przyjmij, że struna jest wiotka.

Wskazówka: Pole S pod sinusoidą o równaniu $y(x) = a\sin \pi x/l$, $x \in [0,\, l]$ jest równe $a2l/\pi$.

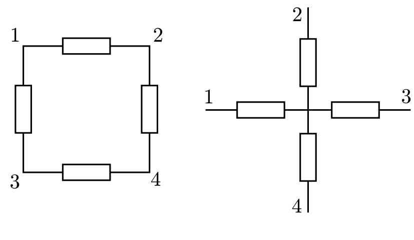
11. Samochód osobowy porusza się bez poślizgu. Jaką część jego energii kinetycznej stanowi energia kinetyczna ruchu obrotowego kół? Przyjmij, że masa jednego koła jest równa $1/50$ całkowitej masy samochodu, a pozostałe niezbędne parametry oszacuj.

Pomiń energię kinetyczną ruchu obrotowego elementów silnika i układu przeniesienia napędu.

12. Cztery jednakowe oporniki, każdy o oporze R, są połączone „w kwadrat”. Do wierzchołków kwadratu podłączony jest prąd czterofazowy, tzn. napięcie na wierzchołku o numerze i $(i = 1, 2, 3, 4)$ jest dane wzorem

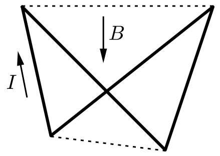
$$U_i = U_0 \cos(\omega t + \pi i/2).$$

Jaki powinien być opór r każdego z oporników połączonych w „gwiazdę”, aby wydzielana moc była równa mocy wydzielanej w przypadku „kwadratu” (patrz rys. 6)?



Rys. 6

13. Ramka z przewodnika o kształcie będącym brzegiem dwóch sąsiednich ścian czworościanu foremnego o boku a znajduje się w stałym, jednorodnym polu magnetycznym o indukcji B. Pole magnetyczne jest prostopadłe do tych krawędzi czworościanu, które nie wchodzą w skład ramki (patrz rys. 7). Wzdłuż przewodnika płynie prąd o natężeniu I. Oblicz siłę oraz moment siły (względem środka czworościanu) działające na ramkę.

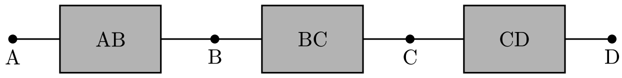


Rys. 7

14. Trzy elementy elektryczne: AB, BC i CD (patrz rys. 8) podłączono szeregowo do źródła prądu. Woltomierzem o bardzo dużym oporze wewnętrznym zmierzono napięcia skuteczne między poszczególnymi punktami, otrzymując:

$$U_{\mathrm{AB}} = 1\,\mathrm{V},\quad U_{\mathrm{BC}} = 1\,\mathrm{V},\quad U_{\mathrm{CD}} = 1\,\mathrm{V} \quad \text{oraz} \quad U_{\mathrm{AD}} = 1\,\mathrm{V}.$$

Gdy układ jest odłączony od źródła prądu, zmierzone napięcie skuteczne między wymienionymi punktami jest każdorazowo równe 0. Jak to możliwe? Podaj przykładowy układ, realizujący taką sytuację.



Rys. 8

15. Częściowo wypełnioną wodą butelkę zawieszono na długiej nici. Butelka swobodnie waha się wraz z nicią, a maksymalny kąt jej odchylenia od pionu wynosi α. Niech β będzie kątem, jaki względem poziomu tworzy powierzchnia wody w chwili maksymalnego odchylenia wahadła. Który z przypadków zachodzi:

a) $\beta > \alpha$, b) $\beta = \alpha$ czy c) $\beta < \alpha$?

Rozpatrujemy chwile po wytłumieniu szybkich drgań wody wewnątrz butelki.

CZĘŚĆ II (termin wysyłania rozwiązań – **15 listopada 2006 r.**)

Uwaga: Rozwiązanie każdego zadania powinno być napisane na oddzielnym arkuszu papieru podaniowego. Na każdym arkuszu należy umieścić nazwisko i imię oraz adres autora pracy, a także nazwę, adres szkoły i klasę oraz nazwisko i imię nauczyciela fizyki. Do pracy należy dołączyć kopertę zaadresowaną do siebie.

ZADANIA TEORETYCZNE

Za każde z trzech zadań można otrzymać maksimum 20 punktów.

T1. Rozważmy następujący model ruchu drogowego: wszystkie samochody jadą z tą samą prędkością v po jednym pasie. Każdy kierowca jedzie w takiej odległości od poprzedniego samochodu, która gwarantuje mu bezpieczne zatrzymanie się w przypadku, gdyby poprzednik nagle zatrzymał się w miejscu.

Znajdź, jak zależy od v liczba samochodów mijających w jednostce czasu dany punkt. Dla jakiej prędkości ta liczba jest największa?

Przyjmij, że wszystkie samochody mają tę samą długość $l_0 = 5\,\mathrm{m}$, czas reakcji każdego kierowcy wynosi $t_r = 0{,}8\,\mathrm{s}$ a droga hamowania jest określona przez współczynnik tarcia opon o jezdnię równy $\mu = 0{,}7$.

T2. W środku kulistego klosza o średnicy $D = 40\,\mathrm{cm}$ świeci lampa o mocy $P = 13\,\mathrm{W}$ promieniująca izotropowo światło o długości fali $\lambda = 0{,}5\,\mu\mathrm{m}$. Z odległości $l = 3\,\mathrm{m}$ (licząc od środka klosza do obiektywu) zrobiono kloszowi zdjęcie aparatem fotograficznym o ogniskowej $f = 10\,\mathrm{mm}$ i przesłonie (średnicy obiektywu) $d = f/2{,}8$. Ile fotonów wpadło do aparatu fotograficznego, jeśli czas otwarcia migawki wynosił $T = 1/60\,\mathrm{s}$? Prócz lampy nie ma innych źródeł światła i przedmiotów je odbijających, a sprawność lampy wraz z kloszem wynosi $s = 10\%$. Rozkład kątowy światła wylatującego z klosza jest taki, jak rozkład kątowy promieniowania ciała doskonale czarnego.

Przyjmując, że był to cyfrowy aparat fotograficzny o prostokątnej matrycy o rozmiarach $a = 5{,}76\,\mathrm{mm}$ na $b = 4{,}29\,\mathrm{mm}$ składającej się z $N = 4\,\mathrm{mln}$ równomiernie rozłożonych elementów światłoczułych, oblicz, ile fotonów wpadło do jednego z tych elementów światłoczułych, na których utworzył się obraz klosza. Sumaryczna powierzchnia elementów światłoczułych jest równa połowie powierzchni matrycy.

Rachunki wystarczy przeprowadzić z dokładnością 20%.

T3. W chwili $t = 0$ w metalowym naczyniu znajdowała się woda o masie $m_W = 0,25\,\mathrm{kg}$ i temperaturze $T_0 = 0^\circ\mathrm{C}$.

Stwierdzono doświadczalnie, że dla $t > 0$ zależność temperatury wody od czasu t jest w tym przypadku w bardzo dobrym przybliżeniu dana wzorem

$$T = e^{-\lambda t}\left(T_0 - T_{ot}\right) + T_{ot},$$

gdzie $\lambda = 2 \cdot 10^{-4}\mathrm{s}^{-1}$, $T_{ot} = 20^o\mathrm{C}$.

Podaj zależność temperatury wody od czasu (wraz z liczbowymi wartościami parametrów) w przypadku, gdyby w chwili $t = 0$ w naczyniu znajdowała się mieszanina $m_W = 0{,}25\,\mathrm{kg}$ wody i $m_L = 0{,}25\,\mathrm{kg}$ lodu o temperaturze T_0.

Zakładamy, że w tej drugiej sytuacji warunki zewnętrzne są dokładnie takie same jak w pierwszej.

Metal, z którego wykonano naczynie, bardzo dobrze przewodzi ciepło. Każdorazowo po napełnieniu naczynie jest zamykane (ale nie hermetycznie). Ciśnienie w jego wnętrzu jest równe ciśnieniu normalnemu. Wewnątrz naczynia jest obracające się mieszadełko, ale pracę wykonywaną przez nie możemy zaniedbać. Pojemność cieplna naczynia wraz z powietrzem zawartym w jego wnętrzu oraz mieszadełkiem i termometrem jest zaniedbywalnie mała.

Ciepło właściwe wody jest równe $c_W = 4{,}2\,\mathrm{kJ} \cdot \mathrm{kg}^{-1}\mathrm{K}^{-1}$, ciepło topnienia lodu $q = 334\,\mathrm{kJ} \cdot \mathrm{kg}^{-1}$, ciepło właściwe lodu $c_L = 2{,}1\,\mathrm{kJ} \cdot \mathrm{kg}^{-1} \cdot \mathrm{K}^{-1}$.

ZADANIA DOŚWIADCZALNE

Przesłać należy rozwiązania dwóch (i tylko dwóch) zadań dowolnie wybranych z trzech podanych zadań doświadczalnych. Za każde zadanie można otrzymać maksimum 40 punktów.

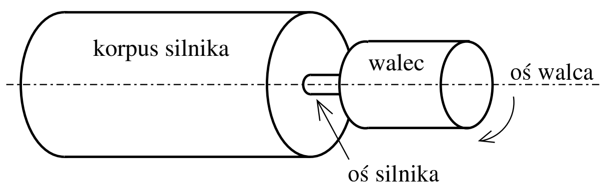
D1. Masz do dyspozycji:

- silnik elektryczny prądu stałego,
- plastikowy, drewniany lub metalowy walec o średnicy $1 \div 2\,\mathrm{cm}$, z otworem umożliwiającym osadzenie walca na osi silnika (patrz uwagi),
- nitkę,
- niewielki ciężarek,
- kilka różnych oporników o oporze z zakresu $1 \div 10\,\Omega$,
- przewody i zaciski umożliwiające połączenie elektryczne oporników z silniczkiem,
- taśmę mierniczą,
- komputer wyposażony w kartę dźwiękową z mikrofonem umożliwiającą rejestrowanie dźwięku,
- oprogramowanie umożliwiające wyznaczanie odstępów czasowych pomiędzy rejestrowanymi sygnałami dźwiękowymi.

Traktując wirnik silnika prądu stałego jako ramkę przewodzącą w polu magnesu stałego, wyznacz opór elektryczny (rezystancję) wirnika silnika wraz z oporem styków komutatora.

Uwagi:

1. Do doświadczenia wybierz typowy silnik prądu stałego stosowany w zabawkach, silnik modelarski lub silnik napędzający magnetofon kasetowy. Silnik nie może być wyposażony w układy elektroniczne stabilizujące prędkość obrotową.
2. Walec (patrz rysunek) należy zamocować w taki sposób, aby nie ślizgał się po osi silnika i nie wibrował podczas obrotów.
3. Jako oprogramowanie umożliwiające wyznaczenie odstępów czasowych możesz np. wykorzystać rejestrator dźwięku dostarczony z systemem operacyjnym komputera.



D2. Masz do dyspozycji:

- żarówkę o napięciu znamionowym $6 \div 6{,}3\,\mathrm{V}$ i prądzie znamionowym z zakresu $0{,}2 \div 0{,}3\,\mathrm{A}$,
- woltomierz napięcia stałego,
- amperomierz prądu stałego,
- zasilacz napięcia stałego regulowany w zakresie $0 \div 4\,\mathrm{V}$ lub baterię $4{,}5\,\mathrm{V}$ z opornikiem o regulowanej oporności,
- przewody elektryczne, zaciski itp. elementy umożliwiające zestawienie obwodu elektrycznego,
- papier milimetrowy.

1. Wyznacz zależność mocy P_0 pobieranej przez żarówkę od temperatury włókna żarówki. Odpowiednie pomiary wykonaj dla natężenia prądu nieprzekraczającego 60% prądu znamionowego.
2. Zachowując ostrożność, stłucz bańkę żarówki, nie naruszając włókna. Najlepiej zrobić to, używając imadła. Ze względów bezpieczeństwa żarówkę należy wcześniej owinąć np. kawałkiem papieru lub folii plastikowej. Następnie wyznacz zależność mocy P pobieranej przez włókno od jego temperatury. Odpowiednie pomiary wykonaj dla natężenia prądu nieprzekraczającego 60% prądu znamionowego.
3. Korzystając z uzyskanych danych eksperymentalnych, wyznacz zależność stosunku mocy P/P_0 od temperatury włókna żarówki. Wyjaśnij, dlaczego P różni się od P_0.

Przyjmij, że opór włókna żarówki R jest liniową funkcją temperatury:

$$R(T) = R_0(1 + \alpha_R(T - T_0)),$$

gdzie T – bezwzględna temperatura włókna, natomiast R_0 – opór włókna w temperaturze pokojowej T_0. Przyjmij $\alpha_R = 4{,}5 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{K}^{-1}$, $T_0 = 295\,\mathrm{K}$.

D3. Masz do dyspozycji:

- kubki styropianowe do gorących napojów,
- blachę aluminiową o błyszczącej powierzchni,
- narzędzia do cięcia i obróbki blachy,
- czarną farbę wodoodporną (najlepiej w sprayu)
- wodę,
- lodówkę z zamrażalnikiem,
- zlewkę o niewielkiej pojemności ze skalą objętości lub dużą strzykawkę,
- zegarek z sekundnikiem,
- linijkę,
- kątomierz,
- niewielkie przedmioty (np. plastikowe nakrętki do butelek), które mogą służyć jako podpórki lub podstawki.

Wyznacz moc promieniowania słonecznego padającego na powierzchnię $1\,\mathrm{m}^2$ ziemi w słoneczny dzień w godzinach pomiędzy 11^{00} a 13^{00}. W rozwiązaniu zadania podaj dokładną datę, czas rozpoczęcia i zakończenia pomiarów oraz nazwę miejscowości, w której przeprowadzono doświadczenie.

Przyjmij, że ciepło topnienia lodu wynosi $L = 330000\,\mathrm{J/kg}$. Przyjmij również, że aluminiowa blacha pomalowana czarną farbą absorbuje 95%, natomiast blacha niepomalowana – 15% padającego na nią promieniowania słonecznego.

L OLIMPIADA ASTRONOMICZNA 2006/2007

ZADANIA ZAWODÓW I STOPNIA

PIERWSZA SERIA

1. W połowie XIX wieku niemiecki lekarz Julius Robert von Mayer (1814–1878) wysunął hipotezę, że źródłem energii słonecznej mogą być nieustannie spadające na Słońce meteoroidy, których energia kinetyczna jest przekształcana w energię cieplną.

Przyjmując, że początkowo owe hipotetyczne meteoroidy znajdują się bardzo daleko od Słońca oblicz:

1) Ile musiałaby wynosić łączna masa meteoroidów opadających na powierzchnię Słońca w ciągu sekundy, aby zapewnić obserwowaną moc promieniowania Słońca $L_o = 3{,}83 \cdot 10^{26}$ W?

2) Jak ten hipotetyczny proces produkcji energii wpłynąłby na długość roku?

Potrzebne dane znajdź samodzielnie.

2. Zmiana rozmiarów kątowych ciała niebieskiego poruszającego się ze znaną prędkością radialną pozwala obliczyć jego odległość od obserwatora. Metoda taka może być stosowana do wyznaczania odległości bliskich ciał, jeśli odpowiednia zmiana rozmiarów kątowych jest mierzalna.

Wyprowadź wzór na początkową odległość d ciała o średnicy kątowej α_0, oddalającego się od obserwatora ze stałą prędkością v_r, co powoduje, że po czasie t jego średnica kątowa zmniejszy się do wartości α_1.

3. W jednej z prób oszacowania odległości do gwiazd (zaproponowanej w XVII wieku przez Jamesa Gregory'ego) przyjęto, że wszystkie gwiazdy mają taką samą jasność absolutną, równą jasności absolutnej Słońca. Stosując to założenie Izaak Newton oszacował odległość do Syriusza porównując jasności wizualne Syriusza i Saturna oświetlanego przez Słońce, ponieważ nie było możliwe bezpośrednie porównanie jasności Słońca i Syriusza.

Spróbuj powtórzyć te oszacowania. Przedyskutuj jakie mogą być przyczyny różnicy między tak uzyskaną odległością a jej wartością faktyczną.

Przyjmij, że:

- odległość Saturna od Słońca $a = 9{,}5$ AU,
- średnica Saturna $d = 1{,}2 \cdot 10^5$ km,
- jasność obserwowana Saturna (w opozycji) $m = -0{,}1$ magnitudo,
- jasność obserwowana Syriusza $m_g = -1{,}43$ magnitudo.

4. Przyjmuje się w przybliżeniu, że obrazy Słońca i Księżyca wytworzone przez obiektyw o ogniskowej f mają średnicę $d = f/100$. Przedyskutuj dokładność takiego przybliżenia. Potrzebne dane liczbowe wyszukaj samodzielnie.

ZADANIA OBSERWACYJNE

Rozwiązanie zadania obserwacyjnego powinno zawierać: dane dotyczące przyrządów użytych do obserwacji i pomiarów, opis metody i programu obserwacji, standardowe dane dotyczące przeprowadzonej obserwacji (m.in. datę, czas, współrzędne geograficzne, warunki atmosferyczne), wyniki obserwacji i ich opracowanie oraz ocenę dokładności uzyskanych rezultatów. W przypadku zastosowania metody fotograficznej należy dołączyć negatyw lub odpowiedni wydruk komputerowy – materiały przesłane na nośnikach elektronicznych nie będą oceniane.

1. Wykonaj dwie fotografie Księżyca – jedną w okolicy perygeum, a drugą w okolicy apogeum jego orbity. Przyjmując, że promień Księżyca wynosi 1738 km, wyznacz odległość Ziemia – Księżyc w momencie wykonywania zdjęć.

2. W okresie aktywności któregoś ze znanych rojów meteorów zrób zdjęcie śladu meteoru i dokonaj identyfikacji obszaru nieba wokół uchwyconego przelotu.

3. Jako rozwiązanie zadania obserwacyjnego można również nadesłać opracowane wyniki innych własnych obserwacji prowadzonych w ostatnim roku.

Rozwiązanie jednego zadania obserwacyjnego należy nadesłać wraz z rozwiązaniami drugiej serii zadań zawodów I stopnia – do dnia 13 listopada 2006 r.

INFORMACJE REGULAMINOWE

1. Olimpiada Astronomiczna jest organizowana dla uczniów szkół ponadgimnazjalnych.

2. Zawody olimpiady są trójstopniowe. W zawodach I stopnia (szkolnych) każdy uczestnik rozwiązuje dwie serie zadań, w tym zadanie obserwacyjne. Rozwiązywanie zadań zawodów II stopnia i III stopnia odbywa się w warunkach kontrolowanej samodzielności.

3. W pierwszej serii zadań zawodów I stopnia należy nadesłać, do **9 października 2006 r**, rozwiązania 3 zadań dowolnie wybranych przez uczestnika spośród zestawu zawierającego 4 zadania.

4. Uczniowie, którzy przyślą rozwiązania zadań pierwszej serii otrzymają do końca października bieżącego roku tematy drugiej serii zadań. Zadania obydwu serii będą również umieszczane na stronie internetowej olimpiady: `http:/planetarium.chorzow.net.pl`

5. Rozwiązanie zadania obserwacyjnego należy przesłać wraz z rozwiązaniami zadań drugiej serii zawodów I stopnia, do **13 listopada 2006 r**. Decyduje data stempla pocztowego. Nadesłanie rozwiązania zadania obserwacyjnego jest warunkiem koniecznym dalszego udziału w olimpiadzie.

6. W przypadku nadesłania rozwiązań większej liczby zadań z danego zestawu do klasyfikacji zaliczane będą rozwiązania ocenione najwyżej (po trzy zadania z każdej serii i jedno zadanie obserwacyjne).

7. Rozwiązania zadań zawodów I stopnia należy przesłać za pośrednictwem szkoły pod adresem:

`KOMITET GŁÓWNY OLIMPIADY ASTRONOMICZNEJ`

`Planetarium Śląskie`
`41-500 Chorzów, skr. poczt. 10`

w terminach podanych w p. 3 i 5. Decyduje data stempla pocztowego.

8. Rozwiązania zadań powinny być krótkie i zwięzłe, ale z wystarczającym uzasadnieniem. W przypadku polecenia samodzielnego wyszukania danych należy podać ich źródło. Jako dane traktuje się również podręcznikowe stałe astronomiczne i fizyczne.

9. Rozwiązanie każdego zadania należy napisać na oddzielnym arkuszu papieru formatu A4. Każdy arkusz oraz wszelkie załączniki (mapki, wykresy, tabele itp.) należy podpisać imieniem i nazwiskiem. W nagłówku zadania o najniższej numeracji należy umieścić dodatkowo: pełną nazwę szkoły, jej adres, klasę i jej profil oraz adres prywatny (z kodami pocztowymi).

Dodatkowo do rozwiązań pierwszej serii zadań należy dołączyć na osobnej kartce następujące informacje: imię i nazwisko, rok urodzenia, nazwa szkoły wraz z jej imieniem, adres szkoły (z kodem pocztowym i nazwą województwa), klasa, profil klasy, adres prywatny (z kodem pocztowym), nazwisko nauczyciela fizyki z astronomią i ewentualnie opiekuna przygotowującego do olimpiady.

10. Zawody II stopnia odbędą się 8 stycznia 2007 r. Zawody III stopnia odbędą się w dniach od 8 do 11 marca 2007 r.

11. Powiadomienia o zakwalifikowaniu do zawodów kolejnych stopni otrzymają jedynie uczniowie awansujący.

12. O uprawnieniach w przyjmowaniu na wyższe uczelnie laureatów i finalistów olimpiady decydują senaty uczelni. Informacje na ten temat są umieszczane na ich stronach internetowych.

ZALECANA LITERATURA

- obowiązujące w szkołach podręczniki do przedmiotów ścisłych;
- H. Chrupała, M.T. Szczepański, *25 lat olimpiad astronomicznych*;
- *Zadania olimpiad astronomicznych XXVI–XXXV* (w dwóch częściach);
- H. Chrupała, J. Kreiner, M. Szczepański, *Zadania z astronomii z rozwiązaniami*;
- J.M. Kreiner, *Astronomia z astrofizyką*;
- D. H. Levy, *NIEBO – Poradnik użytkownika*;
- E. Rybka, *Astronomia ogólna*;
- *Słownik szkolny – Astronomia* – praca zbiorowa;
- *Encyklopedia szkolna – fizyka z astronomią* – praca zbiorowa;
- atlas nieba;
- obrotowa mapa nieba;
- czasopisma: *Delta*, *Fizyka w Szkole*, *Świat Nauki*, *Urania – Postępy Astronomii*, *Wiedza i Życie*.

II OLIMPIADA MATEMATYCZNA GIMNAZJALISTÓW

W związku ze zmianami struktury szkolnictwa i pojawieniem się etapu gimnazjalnego Komitet Główny Olimpiady Matematycznej (organizator Olimpiady Matematycznej dla uczniów szkół średnich) postanowił zorganizować trójstopniowe zawody matematyczne dla uczniów gimnazjum pod nazwą „Olimpiada Matematyczna Gimnazjalistów".

Pierwsza edycja tych zawodów odbyła się w roku szkolnym 2005/2006. Część zadań z zawodów trzeciego stopnia (finału) znajduje się w dziale „Zadania" w bieżącym numerze *Delty*.

Celem Olimpiady Matematycznej Gimnazjalistów jest wyłanianie młodzieży szczególnie uzdolnionej matematycznie już na etapie nauki w gimnazjum. Uczniowie biorący udział w Olimpiadzie Matematycznej Gimnazjalistów będą lepiej przygotowani do późniejszego startu w Olimpiadzie Matematycznej, a więc łatwiej będzie im odnieść sukces w tych trudnych, najbardziej prestiżowych zawodach matematycznych w Polsce.

A jest o co walczyć. Udział w Olimpiadzie Matematycznej dla szkół średnich łączy się z uzyskaniem szeregu uprawnień, w tym wolnego wstępu na większość wyższych uczelni w Polsce.

Zachęcamy Gimnazjalistów do wzięcia udziału w zawodach!

Zawody stopnia pierwszego Olimpiady Matematycznej Gimnazjalistów polegają na samodzielnym rozwiązaniu przez uczniów siedmiu zadań. Zadania te uczniowie rozwiązują w domu. Mogą korzystać z różnych książek, konsultować się z nauczycielem, ale muszą je rozwiązywać samodzielnie. Rozwiązane zadania, każde na osobnym arkuszu, pisane jednostronnie, oddają nauczycielowi matematyki. Nauczyciel ocenia prace i przesyła je do koordynatora okręgowego właściwego terytorialnie dla szkoły. W tym roku rozwiązania powinny być wysłane **najpóźniej** dnia **16 października 2006 r.** (decyduje data stempla pocztowego).

Nie jest konieczne rozwiązanie wszystkich zadań. Uczeń, który rozwiąże część zadań, także może zostać zakwalifikowany do zawodów stopnia drugiego.

Adresy koordynatorów, informacje o kwalifikacji do zawodów stopnia drugiego, miejscu i terminie zawodów, jak również inne bieżące informacje można znaleźć w internecie pod adresem: `www.om.edu.pl/omg`

ZAWODY STOPNIA PIERWSZEGO

1 września 2006 r. – 16 października 2006 r.

1. Czy istnieją takie dodatnie liczby całkowite a, b, że suma cyfr każdej z nich jest równa 2006, a suma cyfr liczby $a \cdot b$ jest równa 2006^2 ? Odpowiedź uzasadnij.

2. Dany jest trójkąt ABC, w którym

$$\sphericalangle ACB = 90^\circ \quad \text{oraz} \quad AC \neq BC.$$

Punkty P i Q są takie, że czworokąt $APBQ$ jest kwadratem. Udowodnij, że proste CP i CQ są prostopadłe.

3. Wyznacz wszystkie trójki liczb pierwszych p, q, r spełniające układ równań

$$\begin{cases} q = p^2 + 6 \\ r = q^2 + 6 \end{cases}$$

4. W trójkącie ABC punkt M jest środkiem boku AB oraz $\sphericalangle ACB = 120^\circ$. Udowodnij, że $CM \geqslant \frac{\sqrt{3}}{6} \cdot AB$.

5. Wyznacz wszystkie dodatnie liczby całkowite n o następującej własności: dla każdej pary liczb rzeczywistych dodatnich x, y zachodzi nierówność $xy^n < x^4 + y^4$.

6. Czy istnieje taki czworościan, w którym co najmniej jedna ściana jest trójkątem rozwartokątnym, a środek sfery opisanej na tym czworościanie leży w jego wnętrzu? Odpowiedź uzasadnij.

7. Spośród wszystkich wierzchołków 17-kąta foremnego wybrano dziesięć. Wykaż, że wśród wybranych punktów są cztery będące wierzchołkami trapezu.

LVIII OLIMPIADA MATEMATYCZNA

ZADANIA KONKURSOWE ZAWODÓW I STOPNIA

I SERIA

1. Rozwiązać w liczbach rzeczywistych x, y, z układ równań

$$\begin{cases} x^2 + 2yz + 5x = 2 \\ y^2 + 2zx + 5y = 2 \\ z^2 + 2xy + 5z = 2 \end{cases}$$

2. Wyznaczyć wszystkie pary dodatnich liczb całkowitych k, m, dla których każda z liczb

$$k^2 + 4m, \quad m^2 + 5k$$

jest kwadratem liczby całkowitej.

3. W czworokącie wypukłym $ABCD$, niebędącym równoległobokiem, zachodzi równość $AB = CD$. Punkty M i N są odpowiednio środkami przekątnych AC i BD. Dowieść, że rzuty prostokątne odcinków AB i CD na prostą MN są odcinkami o jednakowej długości, równej długości odcinka MN.

4. Dla każdej liczby naturalnej $n \geqslant 3$ wyznaczyć liczbę ciągów $(c_1, c_2, \ldots, c_n)$, gdzie $c_i \in \{0, 1, \ldots, 9\}$, o następującej własności: w każdej trójce kolejnych wyrazów są co najmniej dwa wyrazy równe.

II SERIA

5. Dany jest trójkąt ostrokątny ABC, w którym $\sphericalangle ACB = 45^\circ$. Punkt O jest środkiem okręgu opisanego na trójkącie ABC, punkt H jest punktem przecięcia wysokości trójkąta ABC. Prosta przechodząca przez punkt O i prostopadła do prostej CO przecina proste AC i BC odpowiednio w punktach K i L. Wykazać, że

$$OK + KH = OL + LH\,.$$

6. Wykazać, że jeżeli liczby a, b, c są dodatnie, to

$$\frac{1}{a+ab+abc} + \frac{1}{b+bc+bca} + \frac{1}{c+ca+cab} \leqslant \frac{1}{3\cdot\sqrt[3]{abc}}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right).$$

7. Dany jest czworościan $ABCD$. Dwusieczna kąta ABC przecina krawędź AC w punkcie Q. Punkt P jest symetryczny do D względem punktu Q. Punkt R leży na krawędzi AB, przy czym $BR = \frac{1}{2}BC$. Udowodnić, że z odcinków o długościach BP, CD oraz $2 \cdot QR$ można zbudować trójkąt.

8. Niech p będzie liczbą pierwszą. Dowieść, że istnieje taka permutacja $(x_1, x_2, \ldots, x_{p-1})$ zbioru $\{1, 2, \ldots, p-1\}$, że liczby $x_1, x_1x_2, x_1x_2x_3, \ldots, x_1x_2\ldots x_{p-1}$ dają różne reszty przy dzieleniu przez p.

III SERIA

9. Niech $F(k)$ będzie iloczynem wszystkich dodatnich dzielników liczby całkowitej dodatniej k. Rozstrzygnąć, czy istnieją różne liczby całkowite dodatnie m, n, dla których $F(m) = F(n)$.

10. Dany jest trójkąt ostrokątny ABC. Punkty P i U leżą na boku BC, punkty Q i S leżą na boku CA, punkty R i T leżą na boku AB, przy czym $PR \perp BC$, $QP \perp CA$, $RQ \perp AB$, $US \perp BC$, $ST \perp CA$, $TU \perp AB$. Dowieść, że trójkąty PQR i STU są przystające.

11. Dla każdej liczby całkowitej dodatniej n wyznaczyć liczbę permutacji $(x_1, x_2, \ldots, x_{6n-1})$ zbioru $\{1, 2, \ldots, 6n-1\}$, spełniających warunki:

$$\begin{aligned} &\text{jeśli } i-j=2n+1, \text{ to } x_i > x_j; \\ &\text{jeśli } i-j=4n \quad, \text{ to } x_i < x_j. \end{aligned}$$

12. Wielomian W o współczynnikach rzeczywistych przyjmuje w przedziale $\langle a; b\rangle$ (gdzie $a < b$) tylko wartości dodatnie. Udowodnić, że istnieją takie wielomiany P oraz $Q_1, Q_2, \ldots, Q_m$, że

$$W(x) = \big(P(x)\big)^2 + (x-a)(b-x)\sum_{i=1}^{m}\big(Q_i(x)\big)^2$$

dla każdej liczby rzeczywistej x.

Rozwiązania powyższych zadań (każde na osobnym arkuszu, pisane jednostronnie) należy wysłać listem poleconym pod adresem komitetu okręgowego Olimpiady właściwego terytorialnie dla szkoły, najpóźniej dnia **9 października 2006 r. – I seria**, **6 listopada 2006 r. – II seria**, **4 grudnia 2006 r. – III seria** *(decyduje data stempla pocztowego). Rozwiązania przesłane w terminie późniejszym nie będą rozpatrywane.*

Zadania z poprzednich Olimpiad Matematycznych oraz bieżące informacje można znaleźć w internecie pod adresem: `www.om.edu.pl`

ADRESY KOMITETÓW OKRĘGOWYCH OLIMPIADY MATEMATYCZNEJ

Dla województwa pomorskiego:
KOOM – Instytut Matematyki Uniwersytetu Gdańskiego, ul. Wita Stwosza 57, 80-952 Gdańsk.

Dla województwa śląskiego:
KOOM – Instytut Matematyki Uniwersytetu Śląskiego, ul. Bankowa 14, 40-005 Katowice.

Dla województwa małopolskiego:
KOOM – Instytut Matematyki Uniwersytetu Jagiellońskiego, ul. Reymonta 4, 30-059 Kraków.

Dla województwa lubelskiego i podkarpackiego:
KOOM – Komitet Okręgowy Olimpiady Matematycznej – Instytut Matematyki UMCS, pl. Marii Skłodowskiej-Curie 1, 20-031 Lublin.

Dla województwa łódzkiego i świętokrzyskiego:
KOOM – Wydział Matematyki Uniwersytetu Łódzkiego, ul. Banacha 22, 90-238 Łódź.

Dla województwa wielkopolskiego:
KOOM – Wydział Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Adama Mickiewicza, ul. Umultowska 87, 61-614 Poznań.

Dla województwa lubuskiego i zachodniopomorskiego:
KOOM – Uniwersytet Szczeciński, Instytut Matematyki, ul. Wielkopolska 15, 70-451 Szczecin.

Dla województwa kujawsko-pomorskiego i warmińsko-mazurskiego:
KOOM – Wydział Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Mikołaja Kopernika, ul. Chopina 12/18, 87-100 Toruń.

Dla województwa mazowieckiego i podlaskiego:
KOOM – Instytut Matematyczny PAN, ul. Śniadeckich 8, skr. poczt. 21, 00-956 Warszawa 10.

Dla województwa dolnośląskiego i opolskiego:
KOOM – Instytut Matematyki Politechniki Wrocławskiej, ul. Janiszewskiego 14a, 50-370 Wrocław.

ADRESY KOMITETÓW OKRĘGOWYCH OLIMPIADY FIZYCZNEJ

KOOF w Białymstoku, ul. Lipowa 41, 15-224 Białystok (woj. podlaskie, powiaty: kętrzyński, mrągowski, piski, giżycki, olecko-gołdapski, ełcki).

KOOF w Częstochowie, Al. Armii Krajowej 13/15, 42-201 Częstochowa (woj. opolskie, woj. świętokrzyskie, powiaty: częstochowski, kłobucki, lubliniecki, myszkowski).

KOOF w Gdańsku, ul. Narutowicza 11/12, 80-952 Gdańsk-Wrzeszcz (woj. pomorskie, woj. warmińsko-mazurskie z wyłączeniem powiatów: kętrzyńskiego, mrągowskiego, piskiego, giżyckiego, olecko-gołdapskiego, ełckiego).

KOOF w Gliwicach, ul. Bolesława Krzywoustego 2, 44-100 Gliwice (woj. katowickie z wyłączeniem powiatów: częstochowskiego, kłobuckiego, lublinieckiego, myszkowskiego).

KOOF w Krakowie, ul. Reymonta 4, 30-059 Kraków (woj. małopolskie).

KOOF w Lublinie, pl. Marii Skłodowskiej-Curie 1, 20-031 Lublin (woj. lubelskie).

KOOF w Łodzi, ul. Pomorska 149, 90-236 Łódź (woj. łódzkie).

KOOF w Poznaniu, ul. Umultowska 85, 60-780 Poznań (woj. wielkopolskie).

KOOF w Rzeszowie, ul. Reytana 16A, 35-310 Rzeszów (woj. podkarpackie).

KOOF w Szczecinie, ul. Wielkopolska 15, 70-451 Szczecin (woj. zachodnio-pomorskie, woj. lubuskie).

KOOF w Toruniu, ul. Grudziądzka 5, 87-100 Toruń (woj. kujawsko-pomorskie).

KOOF w Warszawie, ul. Koszykowa 75, 00-662 Warszawa (woj. mazowieckie).

KOOF we Wrocławiu, pl. M. Borna 9, 50-205 Wrocław (woj. wrocławskie).