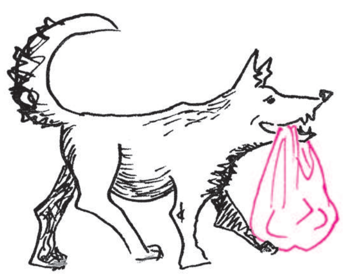
krzywizna zorientowana nie ma sensu. Zamiast niej określa się krzywiznę jako długość wektora przyspieszenia, czyli drugiej pochodnej parametryzacji unormowanej. Dla krzywych płaskich w ten sposób określona krzywizna jest równa wartości bezwzględnej krzywizny zorientowanej. Aby otrzymać przykład zamkniętej krzywej przestrzennej, której krzywizna ma dwa ekstrema lokalne, wystarczy potraktować wspomnianą przed chwilą krzywą (4) jako zawartą w płaszczyźnie opisanej w przestrzeni $\mathbb{R}^3$ równaniem $z = 0$, a następnie rozsunąć jej dwie gałęzie w punkcie $(0, 0)$ „unosząc” jedną z nich nieznacznie do góry i „opuszczając” drugą w dół. Krzywizna prawie się przy tym nie zmieni i pozostaną tylko dwa wierzchołki.

Okazuje się, że prawdziwe jest następujące twierdzenie odwrotne do twierdzenia o czterech wierzchołkach, udowodnione w 1997 r. przez Szweda **Björna Dahlberga**.

Twierdzenie. *Dowolna funkcja ciągła $k : S^1 \to \mathbb{R}$, mająca co najmniej dwa minima lokalne i co najmniej dwa maksima lokalne, jest funkcją krzywizny zorientowanej pewnej płaskiej krzywej zamkniętej bez samoprzecięć.*

Pomimo że od ukazania się pracy Mukhopadhyayi upłynęło już prawie sto lat, globalna teoria krzywych płaskich ciągle żywo się rozwija, m.in. za sprawą niedawnych prac matematyka rosyjskiego **Vladimira Arnolda**.



Na zakończenie wspomnimy o pewnym zastosowaniu tego twierdzenia w fizyce. Wyobraźmy sobie ciało stałe S o cylindrycznym kształcie i wypukłym przekroju poprzecznym, znajdujące się na granicy między dwiema cieczami, bez działania siły ciężkości. Ze względu na cylindryczny kształt ciała istotny jest tylko jego przekrój, rozpatrzmy zatem gładką wypukłą figurę płaską F, przeciętą prostą P (odpowiadającą granicy między cieczami). Metodami chemii fizycznej dowodzi się, że ciało jest w równowadze wtedy i tylko wtedy, gdy oba kąty ostre między prostą P a stycznymi do F, poprowadzonymi w punktach jej przecięcia z P, są równe pewnej wartości α, zależącej tylko od trzech napięć powierzchniowych odpowiadającym trzem powierzchniom styku (ciecz I i II, ciecz I i S, ciecz II i S). To czysto geometryczne zagadnienie zbadali Francuz **Marcel Berger** z Włochem **Eugenio Calabim** i przy użyciu twierdzenia o czterech wierzchołkach udowodnili, że dla takiego ciała istnieją co najmniej cztery położenia równowagi, w tym połowa to położenia stabilne.

Zadania

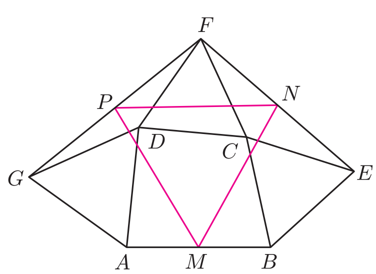
Redaguje Ewa CZUCHRY

F 707. Oszacować średnią gęstość Słońca, przyjmując, że jego kątowy rozmiar (widziany z Ziemi) wynosi około 0,01 radiana.
Rozwiązanie na str. 24

F 708. Oszacować grubość fotosfery Słońca, rozpatrując równowagę oddziaływań grawitacyjnych i sił wynikających z ciśnienia materii słonecznej. Przyjąć, że fotosfera składa się całkowicie z wodoru atomowego, a jej grubość jest znacznie mniejsza od promienia Słońca. Temperatura na powierzchni fotosfery wynosi około 6000 K.
Rozwiązanie na str. 24

Redaguje Waldemar POMPE

M 1192. Wykazać, że z każdego 9-elementowego podzbioru zbioru $\{1, 2, 3, \ldots, 16\}$ można wybrać takie dwie liczby a i b, że liczba $a^2 + b^2$ jest liczbą pierwszą.
Rozwiązanie na str. 24



M 1193. Na bokach BC, CD, DA czworokąta wypukłego $ABCD$ zbudowano trójkąty równoboczne BCE, CDF, DAG leżące po zewnętrznej stronie czworokąta (rysunek). Niech M, N, P będą odpowiednio środkami odcinków AB, EF, FG. Udowodnić, że trójkąt MNP jest równoboczny.
Rozwiązanie na str. 3

M 1194. Na płaszczyźnie dany jest zbiór S punktów o następującej własności: dla każdego $k = 1, 2, \ldots, 100$ istnieje prosta, która zawiera dokładnie k spośród danych punktów. Wykazać, że zbiór S składa się z co najmniej 2550 punktów.
Rozwiązanie na str. 6