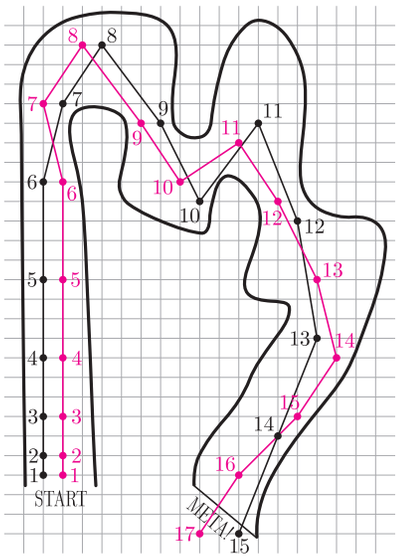
Matematyczne wyścigi



Nie będzie chyba zbyt śmiałym stwierdzeniem, jeżeli napiszemy, że matematycy uwielbiają gry. Zarówno takie, które można badać pod kątem matematycznym, jak i takie, w które się po prostu przyjemnie gra. Jeżeli znajdziemy grę o prostych zasadach, w której rozgrywka stanowi prawdziwe wyzwanie intelektualne, a do tego, by w nią grać, wystarczy zwykła kartka papieru i coś do pisania, możemy śmiało powiedzieć, że mamy grę idealną. Martin Gardner w jednej ze swoich książek [1] przedstawił grę spełniającą wszystkie powyższe wymagania (co więcej, dającą się badać matematycznie [2]). Grę „przywiózł" z podróży do Szwajcarii znajomy Gardnera, Jürg Nievergelt, informatyk z Uniwersytetu Illinois. Jest to prosta w formie, a zupełnie niebanalna, jeżeli chodzi o rozgrywkę, symulacja wyścigów samochodowych, przez Gardnera nazywana *RaceTrack*. Planszę stanowi kartka w kratkę z wyrysowaną trasą dowolnego kształtu (zob. rysunek). Na początku gry samochody wszystkich graczy (punkty, najlepiej w różnych kolorach) ustawione są na linii startu. Gracze przemieszczają swoje pojazdy między punktami kratowymi naprzemiennie, według wcześniej ustalonej kolejności (na przykład przez losowanie), oraz stosując się bezwzględnie do trzech następujących zasad:

- nowy punkt kratowy, w którym staje samochód, oraz odcinek łączący go z poprzednim muszą w całości leżeć na trasie,
- w każdym momencie gry w każdym punkcie może stać co najwyżej jeden pojazd,
- jeżeli w swoim poprzednim ruchu gracz przesunął się o k kratek w pionie i m w poziomie, to w kolejnym ruchu każdą z tych liczb może zmniejszyć lub zwiększyć co najwyżej o jeden (w pierwszym ruchu można się przesunąć co najwyżej o jedną kratkę do góry i jedną w bok, gdyż uprzednio samochód stał w miejscu).

Jak to zwykle w przypadku wyścigów bywa, wygrywa ten z graczy, który pierwszy przekroczy linię mety. Kierowca, który wypadnie z trasy lub zderzy się z innym pojazdem, kończy wyścig. Szerokiej drogi!

Zofia MIECHOWICZ

Wydział Matematyki, Informatyki i Ekonometrii, Uniwersytet Zielonogórski

Literatura

[1] M. Gardner, *Sim, Chomp, and RaceTrack*, w: Knotted Doughnuts and Other Mathematical Entertainments, W.H. Freeman and Company, New York, 1986, 56–57.

[2] M. Holzer, P. McKenzie, *The Computational Complexity of RaceTrack*, Fun with Algorithms, 2010.

Zadania

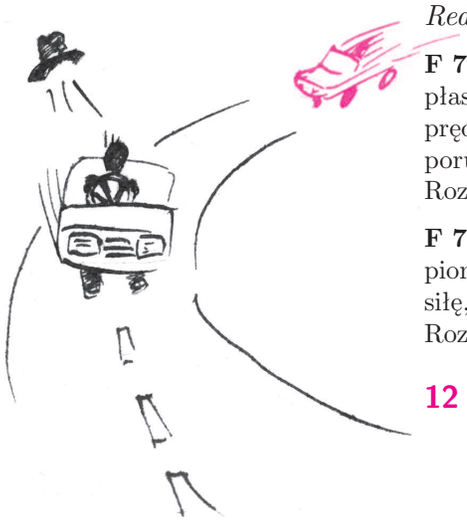
Redaguje Przemysław MAZUR

M 1300. Znaleźć wszystkie takie trójki liczb całkowitych x, y, z, większych od 1, że liczba $yz - 1$ jest podzielna przez x, $zx - 1$ jest podzielna przez y, a $xy - 1$ jest podzielna przez z.
Rozwiązanie na str. 7

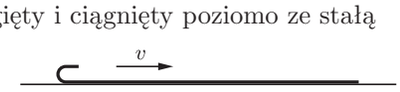
M 1301. Ferdek rzuca monetą n razy, a Halinka $n + 1$ razy. Halinka wygrywa, jeżeli wyrzuci więcej orłów niż Ferdek, a w przeciwnym przypadku przegrywa. Kto ma większe szanse wygrać?
Rozwiązanie na str. 14

M 1302. W trójkącie ABC punkt M jest środkiem boku AB, punkt I – środkiem okręgu wpisanego, a punkt D – punktem styczności okręgu dopisanego do boku AB. Wykazać, że proste IM i CD są równoległe.
Rozwiązanie na str. 6

Redaguje Ewa CZUCHRY



F 779. Długa jednorodna cienka taśma o stałej szerokości i długości l leży na płaskiej powierzchni. Jej jeden koniec jest zagięty i ciągnięty poziomo ze stałą prędkością v. Znaleźć prędkość środka masy poruszającej się części taśmy.



Rozwiązanie na str. 24

F 780. Cienki jednorodny łańcuch o masie m i długości l jest utrzymywany pionowo nad stołem tak, że jego dolny koniec dotyka powierzchni stołu. Znaleźć siłę, którą wywiera na stół puszczony swobodnie łańcuch w zależności od czasu.
Rozwiązanie na str. 15