Wśród funkcji określonych na kostce dyskretnej szczególne zainteresowanie budzą w ostatnich latach funkcje przyjmujące tylko wartości -1 i 1. Każdą funkcję $f : \{-1, 1\}^n \to \{-1, 1\}$ można bowiem naturalnie utożsamić z podzbiorem $f^{-1}(1)$ zbioru wszystkich podzbiorów zbioru $[n]$. To jednoznaczne przyporządkowanie przydaje się w badaniu zagadnień kombinatorycznych, natomiast z punktu widzenia informatyki teoretycznej ciekawsze jest rozumienie f jako procedury, która z n bitów danych wejściowych (*input*) tworzy jeden bit wyniku, co odpowiada rozmaitym procesom decyzyjnym czy klasyfikacyjnym. O przydatności tego typu rozważań pisał w *Delcie* 4/2015 Andrzej Dąbrowski. Badaniem funkcji $f : \{-1, 1\}^n \to \{-1, 1\}$, które bliskie są funkcjom afinicznym, zajmujemy się również na Wydziale Matematyki, Informatyki i Mechaniki UW ([2]).

[1] K. Oleszkiewicz, *O pewnym zastosowaniu analizy harmonicznej w rachunku prawdopodobieństwa*, Matematyka-Społeczeństwo-Nauczanie 27 (2001), 44–45 (dostępne on-line).
[2] J. Jendrej, K. Oleszkiewicz i J. O. Wojtaszczyk, *On some extensions of the FKN theorem*, ma niebawem ukazać się w ogólnodostępnym internetowym czasopiśmie *Theory of Computing*.

Prawdopodobieństwo i podzielność

Wybieramy jedną liczbę ze zbioru $\{1, 2, 3, \ldots, n\}$ tak, że prawdopodobieństwo wyboru liczby m z tego zbioru jest równe $p_m \geqslant 0$ i $\sum_{m=1}^{m=n} p_m = 1$.

Określamy dla $k \in \{1, 2, 3, \ldots, n\}$ zdarzenia losowe A_k, polegające na tym, że wylosowana liczba jest podzielna przez k.

Rozważmy następujący problem:

Dla jakich $n \geqslant 2$ można określić liczby p_m tak, aby dla wszystkich k było $P(A_k) = \frac{1}{k}$?

Wydaje się, że jest to możliwe dla bardzo wielu n. Można jednak to zrobić tylko dla $n \in \{2, 3, 4, 6\}$.

Dla $n = 2$ mamy $p_1 = \frac{1}{2}$, $p_2 = \frac{1}{2}$.

Dla $n = 3$ mamy $p_1 = \frac{1}{6}$, $p_2 = \frac{1}{2}$, $p_3 = \frac{1}{3}$.

Dla $n = 4$ mamy $p_1 = \frac{1}{6}$, $p_2 = \frac{1}{4}$, $p_3 = \frac{1}{3}$, $p_4 = \frac{1}{4}$.

Dla $n = 6$ mamy $p_1 = \frac{2}{15}$, $p_2 = \frac{1}{12}$, $p_3 = \frac{1}{6}$, $p_4 = \frac{1}{4}$, $p_5 = \frac{1}{5}$, $p_6 = \frac{1}{6}$.

Zachęcam Czytelnika do kontynuacji próby określenia liczb p_m dla $n = 5$: $p_5 = \frac{1}{5}$, $p_4 = \frac{1}{4}$, ...

Edward STACHOWSKI

Zadania

Redaguje Urszula PASTWA

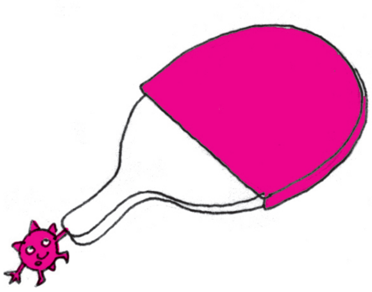
M 1489. Znaleźć liczbę wielokrotności 1001, które można zapisać w postaci $10^n - 10^m$, gdzie n oraz m są liczbami całkowitymi spełniającymi $1 \leqslant m < n \leqslant 2016$.
Rozwiązanie na str. 6

M 1490. Udowodnić, że istnieje 5000 liczb 10-cyfrowych podzielnych przez 17, takich że każdą z nich można otrzymać z dowolnej z pozostałych poprzez zmianę kolejności cyfr.
Rozwiązanie na str. 12

M 1491. Sześciokąt $ABCDEF$ jest wpisany w okrąg. Oblicz promień tego okręgu, wiedząc, że $AB = BC = CD = 1$ oraz $DE = EF = FA = 2$.
Rozwiązanie na str. 17

Przygotował Michał NAWROCKI

F 901. Dane są dwie sprężyny, wykonane z takiego samego materiału, każda składająca się z jednakowych, następujących po sobie zwojów. Średnice sprężyn wynoszą odpowiednio 3 i 9 mm, ich długości 1 i 7 cm, a średnica drutu, z którego są wykonane, to 0,2 i 0,6 mm. Współczynnik sprężystości pierwszej sprężyny wynosi $k = 14$ N/m. Ile wynosi współczynnik sprężystości drugiej sprężyny?
Rozwiązanie na str. 16



F 902. Piłeczka pingpongowa opuszczona bez prędkości początkowej z wysokości H na nieruchomą rakietkę odbija się na wysokość $0{,}64H$. Chłopiec podbija periodycznie taką piłeczkę pionowo do góry tak, że po każdym uderzeniu wznosi się ona na wysokość $h = 0{,}9$ m powyżej rakietki. Z jaką prędkością rakietka porusza się ku górze w momencie uderzenia? Przyjmujemy, że masa rakietki jest dużo większa od masy piłeczki.
Rozwiązanie na str. 7