

Dwie tury, STV i głosowanie strategiczne

Andrzej KACZMARCZYK* i Stanisław SZUFA**

*Department of Computer Science,
The University of Chicago

**Wydział Informatyki,
Akademia Górniczo-Hutnicza
im. Stanisława Staszica w Krakowie

Choć ważność głosu to zagadnienie
bardzo istotne, nie będziemy się na nim
skupiać. Założmy, że wszystkie głosy,
o których mówimy, są ważne.

„Rozsądny” nie jest tu kontrastem dla
„lekkomyślny”. Traktujemy słowo
„rozsądny” technicznie, jako
maksymalizujący szansę zwycięstwa
ulubionego kandydata.

Wybory prezydenckie w Polsce zwykle rozstrzygają się dopiero w II turze. Dochodzi do niej, gdy w I turze żaden z kandydatów nie zdobył ponad 50% ważnych głosów. Dla przypomnienia, II tura to kolejne głosowanie, w którym o zwycięstwo walczą dwaj kandydaci z największym poparciem w I turze. Głosowanie dwuturkowe jest względnie komfortowe dla wyborców. Mogą oni przenieść swoje poparcie na innego kandydata w II turze, na przykład gdy ich faworyt odpadł już w I turze. Intuicyjnie więc rozsądny wyborca powinien poprzeć w I turze swojego ulubionego kandydata. Ale czy aby na pewno? Zademonstrujemy, że intuicja tutaj zawodzi. Są bowiem sytuacje, w których lepiej poprzeć nieco mniej lubianego kandydata i zagwarantować mu zwycięstwo, niż zagłosować na swojego faworyta i musieć pogodzić się ze zwycięstwem bardzo nielubianego kandydata.

Rozważmy 63 wyborców i pięciu kandydatów A, B, C, D i E . W przykładzie poniżej preferencje wyborców względem kandydatów podane są (czytając od lewej) od ulubionego kandydata.

21 wyborców : $A \succ C \succ E \succ D \succ B$

19 wyborców : $B \succ C \succ D \succ E \succ A$

11 wyborców : $C \succ E \succ D \succ B \succ A$

7 wyborców : $D \succ C \succ E \succ B \succ A$

5 wyborców : $E \succ C \succ D \succ A \succ B$

Zauważmy, że gdyby wszyscy wyborcy oddali głos na ulubionego dostępnego w danej turze kandydata, to w II turze B pokonałby A stosunkiem głosów 37 do 26.

Przyjrzyjmy się jednak bliżej grupie 12 wyborców przedstawionych jako ostatni w powyższym zestawieniu. Po chwili refleksji zauważamy, że byłiby oni dużo bardziej zadowoleni z wyboru kandydata C . Rzeczywiście każdy taki wyborca uważa C za swojego drugiego w kolejności ulubionego kandydata. Czy mogli oddać swoje głosy w inny sposób, tak by zagwarantować kandydatowi C zwycięstwo? Zdecydowanie tak! Zauważając, że ich ulubieni kandydaci E oraz D są niezbyt popularni (popatrzmy, jak często wyprzedza ich C), wyborcy mogli oddać głos na C . Wtedy kandydat C z 42 głosami w II turze pokonałby kandydata A .

Skupmy się teraz na wyróżnionych kandydatach C, D oraz E . Tworzą oni spójny blok w preferencjach każdego z wyborców. Jak możemy to zinterpretować? Kandydaci ci są na tyle podobni, że zawsze występują blisko siebie w preferencjach wyborców, a zarazem na tyle wyjątkowi, że każdy inny kandydat jest albo bardziej preferowany od całej trójki, albo mniej preferowany od całej trójki. Dodatkowo, skoro kandydaci zawsze występują blisko siebie w preferencjach wyborców, intuicyjnie każdy wyborca będzie „podobnie” zadowolony z dowolnego z tych kandydatów. Właśnie dlatego naukowcy, opisując takich kandydatów, używają określenia *klony*. W praktyce (i w przybliżeniu) możemy myśleć o klonach jako o kandydatach o bardzo zbliżonych poglądach lub z podobnych opcji politycznych.

Nasz przykład pokazał, że wybory dwuturkowe czasem premiąją *głosowanie strategiczne*, czyli takie, w którym wyborcom bardziej opłaca się zagłosować niezgodnie z własnymi preferencjami, aby zwiększyć szansę na bardziej satysfakcjonujący wynik. W naszym przykładzie u podstaw tego problemu leży podatność dwuturkowej reguły wyborczej na *klonowanie* kandydatów. W szczególnym przypadku możemy tę własność opisać tak: Wyobraźmy sobie, że klonujemy wygrywającego kandydata i pozwalamy każdemu wyborcy doprecyzować, czy wola kandydata oryginalnego, czy sklonowanego. Jeśli reguła jest podatna na klonowanie, to może się zdarzyć, że w tak powstałych nowych wyborach nie wygra ani poprzednio wygrywający kandydat, ani jego klon.

Przykład udał nam się nawet lepiej niż się spodziewaliśmy! Poprzedni zwycięzca B nawet nie dostał się do II tury!

Klony mogą pochodzić na przykład z opcji politycznych powstałych na skutek rozpadu jednej partii.

W szczególnym przypadku jednego zwycięzcy obok STV używane są też nazwy *Instant-Runoff Voting*, *Ranked Choice Voting* czy *Alternative Vote*.

Gdyby zastosować STV, zniknęłaby też potrzeba organizowania II tury wyborów.

Liczba głosów potrzebna do zwycięstwa nosi nazwę progu i można go ustalić na kilka sposobów. My wybraliśmy ten najpopularniejszy (prawdopodobnie) i zastosowaliśmy go do szczególnego przypadku wyboru jednego zwycięzcy.

Uwaga! W trakcie działania reguły mogą zdarzyć się remisy. W takiej sytuacji zakładamy, że istnieje jakiś sposób ich rozstrzygnięcia.

Reguła STV ma też inne atuty, takie jak łatwość dostosowania jej do wyborów z wieloma zwycięzcami w sposób zapewniający proporcjonalną reprezentację wyborców.

Wszystkie rozsądne reguły wyborcze mają swoje ciemne strony. Mówią o tym twierdzenia Arrowa i Gibbarda–Satterthwaite’a, z którymi zaznajomienie się polecamy Czytelnikom Zainteresowanym.

Czy istnieje racjonalna reguła, która nie jest podatna na klonowanie kandydatów? Tak, mechanika reguły STV (*Single Transferrable Vote*, czyli pojedynczy głos przechodni) broni przed zaobserwowaną sytuacją! W przeciwieństwie do tradycyjnego głosowania dwuturowego, które na każdym etapie wymaga od wyborców zaznaczenia tylko najbardziej popieranego kandydata, reguła STV oczekuje uszeregowania wszystkich kandydatów. Choć jest to trudniejsze od postawienia pojedynczego krzyżyka, to taki sposób głosowania automatycznie umożliwia przechodzenie poparcia na kolejnego ulubionego kandydata w przypadku, gdy pierwszy nie może zwyciężyć ze względu na zbyt niskie poparcie.

Jak więc działa mechanizm reguły STV przy wyborze jednego zwycięzcy? Jest on podzielony na etapy, a w każdym z nich najpierw sprawdzamy, czy jest taki kandydat, który zdobywa ponad połowę wszystkich głosów. W przypadku, gdy taki kandydat istnieje, to jest on zwycięzcą. W przeciwnym razie kandydat o najniższym poparciu jest usuwany z grona kandydatów. Z kolei głos każdego wyborcy, który popierał usuniętego kandydata, przechodzi na kolejnego niewyeliminowanego kandydata zgodnie z listą preferencji wyborcy. Następnie STV zaczyna następny etap i znów szuka kandydata, który zdobywa ponad połowę głosów, kontynuując swoje działanie do momentu wyłonienia zwycięzcy. Ostatecznie musi do tego dojść, gdyż w najgorszym razie pozostanie jedynie dwóch rozważanych kandydatów.

Przyjrzyjmy się zatem, jak zadziała STV na naszym przykładzie. Na początku żaden z kandydatów nie osiąga co najmniej 32 głosów, więc reguła eliminuje najmniej popieranego kandydata, *E*. Głosy jego wyborców przechodzą na kandydata *C*. Dalej żaden z kandydatów nie osiąga wymaganego poparcia, co powoduje usunięcie kandydata *D* i przejście jego głosów również na kandydata *C*. Teraz *C* ma 23 głosy. Do rozstrzygnięcia prowadzi wyeliminowanie następnego najsłabszego kandydata, *B*, którego wyborcy przenoszą swoje poparcie na kandydata *C*, a ten z 42 głosami zostaje zwycięzcą.

Jak pokazaliśmy, reguła STV doprowadziła kandydata *C* do zwycięstwa, pozwalając wyborcom głosować całkowicie szczerze. Intuicyjnie jest to zasługa faktu, że sam mechanizm reguły naturalnie przenosi poparcie wyborców, których ulubiony kandydat jest eliminowany. Wyborca efektywnie wyraża swój głos w formie „jeśli nie kandydat *X*, to *Y*, a jeśli nie *Y*, to *Z*”, zamiast wskazania tylko *X*. Wiąże się to jednak z kosztem wynikającym z potrzeby uszeregowania kandydatów. Choć w małych wyborach uszeregowanie kilku kandydatów nie wydaje się trudnym zadaniem, to kiedy mowa o kilkudziesięciu kandydatach, łatwo o pomyłkę, która może unieważnić głos. Dodatkowo samo uświadomienie sobie własnych preferencji może być bardzo trudne.

Należy zaznaczyć, że reguła STV z powodzeniem stosowana jest w praktyce. Przykładowo zgodnie z nią wybierany jest prezydent Irlandii, reprezentanci izby niższej australijskiego parlamentu czy przedstawiciele samorządów lokalnych w Szkocji. W przywołanym przykładzie Australii STV wybiera po jednym kandydacie w każdym okręgu. W Szkocji, w zależności od okręgu, wybieranych jest od jednego do pięciu kandydatów.

Uczulamy jednak na wyciąganie zbyt pochopnych wniosków. Reguła STV ma również swoje ciemne strony. Jedną z nich jest szczególnie kontrowersyjna. Polega ona na tym, że może się zdarzyć, że wygrywający kandydat *X* przegra wybory w sytuacji, gdy wyborcy postanowią przesunąć go wyżej na swojej liście preferencji. To znaczy, że wyborca chcący bardziej wesprzeć *X* działa na jego niekorzyść. Spójrzmy na przykład poniżej, w którym reguła STV wybiera kandydata *X*, po drodze eliminując *Y*.

10 wyborców : $X \succ Y \succ Z$

9 wyborców : $Y \succ X \succ Z$

8 wyborców : $Z \succ Y \succ X$

2 wyborców : $Z \succ X \succ Y$

Gdyby jednak dwóch ostatnich wyborców postanowiło, że przesuną X wyżej na swoich listach preferencji, to kandydat X przegrałby na rzecz Y ! To ważna obserwacja, ponieważ prowadzi ona czasem do sporów sądowych o konstytucyjność reguł wyborczych podatnych na opisaną anomalię. W Niemczech odpowiedni sąd uznał ją za przesłankę wystarczającą do uznania rozpatrywanej przez niego reguły za niekonstytucyjną i zakazał jej stosowania. Przeciwnicy tego punktu widzenia argumentują, że w praktyce ten problem jest pomijalny: wydaje się występować rzadko oraz nie wpływa ani na zachowania wyborców, ani na zachowania kandydatów – czego nie można powiedzieć o problemie klonów.

Czytelnikom Zainteresowanym dalszym pogłębieniem tematyki głosowania strategicznego polecamy poniższe publikacje:

1. Doron, G. i Kronick, R.: “Single Transferrable Vote: An Example of a Perverse Social Choice Function”, *American Journal of Political Science*. 1977, T. 31, nr 2, s. 303–311.
2. Taylor, A. D. “Social Choice and the Mathematics of Manipulation”, Cambridge University Press, Cambridge 2005.



Łat Otwarty 4^o: Ciąg Marka–Ulama

Bartłomiej PAWLIK

Politechnika Śląska

W czasie II wojny światowej w Los Alamos znajdowała się siedziba Projektu Manhattan, który miał na celu stworzenie pierwszej na świecie bomby atomowej. Cel ten został osiągnięty w roku 1945, a opracowana broń została użyta w ataku na Hiroszimę dokładnie 21 dni po pierwszej udanej próbie przeprowadzonej na pustyni w Nowym Meksyku. Po wojnie placówka została odtajniona i w dalszym ciągu prowadzono tam prace, m.in. nad konstrukcją bomby wodorowej.

Przedstawione informacje pochodzą z notatki „A Memorable Memo” zamieszczonej w *Los Alamos Science* Nr 15, 1987.

Potrzeba szybkiego przekazywania współpracownikom świeżych i istotnych informacji jest oczywiście starsza niż internet i e-maile. W latach 40. XX wieku w laboratorium w Los Alamos radzono sobie z nią poprzez rozpowszechnianie kopii krótkich notatek. Dzięki temu pracownicy naukowcy placówki mogli być na bieżąco z wynikami swoich kolegów. Niemalą konsternację i rozbawienie wywołała (zamieszczona niżej) notatka rozesłana pewnego grudniowego dnia 1947 roku.

December 18, 1947

A & S Memorandum No. 10742

To All Concerned:

For your convenience and ready reference, we have had prepared the following list of the numbers 0-100 (inclusive) in alphabetical order.

12, 8, 18, 80, 88, 85, 84, 89, 81, 87, 86, 83, 82, 11, 15, 50, 58, 55, 54, 59, 51, 57, 56, 53, 52, 5, 40, 49, 45, 44, 49, 41, 47, 46, 43, 42, 4, 14, 9, 19, 90, 98, 95, 94, 99, 91, 97, 96, 93, 92, 1, 100, 7, 17, 70, 78, 75, 74, 79, 71, 77, 76, 73, 72, 6, 16, 60, 68, 65, 64, 69, 61, 67, 66, 63, 62, 13, 30, 38, 35, 34, 39, 31, 37, 36, 33, 32, 3, 12, 20, 28, 25, 24, 29, 21, 27, 26, 23, 22, 2, 0.

FOR THE ASSOCIATE DIRECTOR

Notatka zawiera drobną łamigłówkę. Przedstawiona w niej sekwencja to tak naprawdę ciąg liczb od 0 do 100 ustawionych w porządku alfabetycznym względem ich nazw w języku angielskim. Rozszyfrowanie tego wzorca utrudniał fakt, że ciąg w sporządzonej w pośpiechu notatce zawierał błędy: Brakuje w nim liczby 10, natomiast liczba 12 występuje dwa razy (jako *dozen* i jako *twelve*).

Jeden z członków dyrekcji stwierdził, że autora notatki należy zwolnić za niepoważne zachowanie. Więcej zrozumienia wykazał rozbawiony przedstawiciel waszyngtońskiej Komisji Energii Atomowej, który stwierdził, że tekstik to *najlepsza rzecz, jaka dotychczas została stworzona w Los Alamos*. Figlarzami odpowiedzialnymi za sformułowanie notatki okazali się J. Carson Mark i Stanisław Ulam.

Czytelnika Zaciekawionego zachęcamy do rozwiązania dwóch prostych zadań (odpowiedzi na s. 9):

- (a) Między które dwie liczby w powyższym ciągu należy wstawić brakującą 10?
- (b) W polskojęzycznej wersji ciągu Marka–Ulama ostatnim elementem jest – tak jak w oryginale –

liczba 0. Jakie liczby są, odpowiednio, pierwszym i przedostatnim elementem tego ciągu?

Na koniec dodajmy, że jest to jeden z nielicznych przykładów ciągu figurującego w OEIS, który celowo zawiera błędy. Ciąg Marka–Ulama ma numer A261402, a jego poprawiona wersja to A036747.