

Oczywiście o AI w *Delcie* już nie raz pisaliśmy, w szczególności o samych jej fundamentach (Δ_{18}^1 , Δ_{18}^5 , Δ_{18}^{11} , Δ_{23}^2 , Δ_{24}^5). Zachęcamy do sięgnięcia i po te teksty!

Zapewne wyjaśnić należałoby, co dokładnie rozumiemy przez *napisane/wykonane przez sztuczną inteligencję*. Jednakże nie będziemy tutaj bardzo ścisli – dla nas znaczy to po prostu tyle, że wybranemu silnikowi AI (jak ChatGPT, Grok, Gemini, DeepSeek, Claude, LLaMA czy Mistral) zostanie podane jakieś krótko opisane zadanie, a po jego wstępnym wykonaniu – być może kilka dodatkowych próśb o drobne poprawienie/ulepszenie wskazanego fragmentu przy pomocy dalszych krótkich instrukcji. Tych instrukcji (tzw. promptów) nie będziemy publikować ani szczegółowo omawiać.

W tym miejscu wyraźnie zaznaczmy: nie traktujemy bynajmniej artykułów z serii „AI we własnej osobie” jako równoprawnych tekstów, które uważamy za dorównujące jakością ludzkim wytworom. Wręcz odwrotnie: chcemy tylko bezpośrednio pokazywać, co obecnie daje się zrobić. Prosimy więc do tej serii podchodzić przedmiotowo, a nie podmiotowo. Oraz raczej z okiem przymrużonym niż skupionym.

Plan działania

Po tym przydługim wstępie czas na konkrety. Obiecujemy zacząć pisać o AI regularnie. Rozpoczynamy cykl artykułów zatytułowany „Człowiek o AI” (niniejszy tekst można traktować jako zerową część tej serii). Kolejnych zapraszanych autorów będziemy zachęcać do zapoznania się z poprzednimi tekstami oraz do napisania czegoś nowego. Przy czym nie będziemy narzucać niczego konkretnego. Chcemy publikować i polemiki, i opinie filozoficzne; opinie entuzjastów, ale i głosy omawiające zagrożenia; teksty długie i króciutkie notatki; a przede wszystkim artykuły typowo techniczne: o samym procesie uczenia maszynowego, o modelach LLM itp. W tej serii swój udział mogą mieć także Czytelnicy – niniejszym serdecznie zachęcamy do nadsyłania swoich propozycji artykułów.

Dodatkowo głos oddamy też samej AI. Będziemy bowiem publikować co jakiś czas artykuły w pełni napisane oraz rysunki w pełni wykonane przez sztuczną inteligencję. Takie artykuły będziemy oznaczać jako „AI we własnej osobie”.

W tym numerze zapraszamy do lektury artykułów człowieka-raczej-entuzjasty (Piotr Sankowski, *Nadchodzi rewolucja w prowadzeniu badań*, str. 8), człowieka-raczej-sceptyka (Jerzy Marcinkowski, *Ośiem krótkich uwag z pamiętnika*, str. 11), człowieka-obserwatora (Marek Kordos, *W szponach metodologicznej poprawności*, str. 14), maszyny piszącej (ChatGPT, *Małe twierdzenie Fermata – o pięknie prostych idei*, str. 6) oraz maszyny rysującej (Grok, okładka).

Milej lektury!

PS. Dziękuję Chatowi GPT za wydatną pomoc (kwerenda, drobna korekta) w pisaniu tego artykułu.



Zadania

Przygotował Patryk MICHALSKI

F 1139. Ołówek o masie m i promieniu r podparto przy końcach ustawionymi prostopadłe do niego palcami. Współczynniki tarcia kinetycznego i statycznego między palcem a ołówkiem wynoszą odpowiednio μ i μ_s . W pewnym momencie palce zaczęto jednostajnie zbliżać do siebie wzdłuż osi ołówka. Czy zbliżając palce wystarczająco wolno, można sprawić, że ołówek w czasie ruchu nie straci równowagi?

F 1140. Walcowy korek o promieniu r wyciągany jest z prędkością v pionowo z szyjki butelki. Jaką dodatkowo prędkość kątową ω należy nadać korkowi, żeby siła tarcia działająca wzdłuż osi szyjki zmniejszyła się dwukrotnie?

Przygotował Dominik BUREK

M 1846. Na prostokątnym arkuszu papieru poprowadzono kilka odcinków równoległych do jego boków. Odcinki te podzieliły arkusz na prostokąty, wewnątrz których nie ma już narysowanych linii. Wanda chce w każdym z tych prostokątów poprowadzić jedną przekątną, dzieląc go na dwa trójkąty, a następnie pokolorować każdy trójkąt na czarno albo na białą. Czy jest prawdą, że zawsze można to zrobić w taki sposób, aby żadne dwa trójkąty tego samego koloru nie miały wspólnego odcinka brzegowego?

M 1847. W przestrzeni dane są odcinki AA_1 , BB_1 oraz CC_1 o wspólnym środku M . Okazało się, że sfera ω , opisana na czworokącie $MA_1B_1C_1$, jest styczna do płaszczyzny ABC w punkcie D . Niech O będzie środkiem okręgu opisanego na trójkącie ABC . Udowodnić, że $MO = MD$.

M 1848. Dane są takie liczby dodatnie a , b , c , że z odcinków o długościach a^{2026} , b^{2026} , c^{2026} można zbudować trójkąt. Udowodnić, że jedną z liczb a , b lub c można podzielić przez 2026, otrzymując liczby a' , b' , c' , tak że z odcinków o długościach a' , b' , c' również można zbudować trójkąt.

Rozwiązania na str. 24

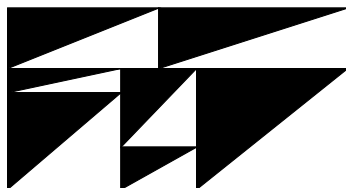
Rozwiązania zadań ze strony 5



Rozwiązanie zadania M 1846.

Odpowiedź: Tak, jest to możliwe.

W każdym z prostokątów poprowadźmy przekątną z lewego dolnego rogu do prawego górnego. Następnie wszystkie trójkąty przylegające do lewego górnego wierzchołka prostokąta pokolorujmy na czarno, a pozostałe – na białło.



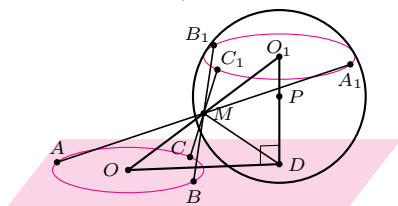
Pokażemy, że takie kolorowanie spełnia warunki zadania. Rozważmy wspólny odcinek brzegu dwóch trójkątów. Jeżeli jest to odcinek przekątnej, to z jednej strony przylega do niego trójkąt czarny, a z drugiej biały. Jeżeli odcinek jest poziomy, to nad nim znajduje się trójkąt biały, a pod nim czarny; analogicznie w przypadku odcinka pionowego.

W każdym przypadku dwa trójkąty mające wspólny odcinek brzegu są różnego koloru, co kończy dowód.



Rozwiązanie zadania M 1847.

Oznaczmy przez O_1 środek okręgu opisanego na trójkącie $A_1B_1C_1$, a przez P środek sfery ω .



Symetria środkowa względem punktu M przekształca trójkąt ABC na trójkąt $A_1B_1C_1$. W szczególności punkty O i O_1 są symetryczne względem punktu M , a więc M jest środkiem odcinka OO_1 . Ponadto płaszczyzny ABC i $A_1B_1C_1$ są równoległe.

Prosta przechodząca przez punkt P i prostopadła do tych płaszczyzn przecina płaszczyznę ABC w punkcie D oraz płaszczyznę $A_1B_1C_1$ w punkcie O_1 . Stąd $\angle O_1DO = 90^\circ$.

W trójkącie prostokątnym O_1DO punkt M jest środkiem przeciwprostokątnej OO_1 , a więc $MO = MD$, co kończy dowód.



Rozwiązanie zadania M 1848.

Położmy $n = 2026$. Bez straty ogólności możemy założyć, że $a \leq b \leq c$. Z warunku zadania wynika, że

$$a^n + b^n > c^n.$$

Zmniejszmy liczbę a n razy, kładąc

$$a' = \frac{a}{n}, \quad b' = b, \quad c' = c.$$

Ponieważ $a' \leq b' \leq c'$, to wystarczy udowodnić nierówność trójkąta: $a' + b' > c'$. Mamy

$$a' + b' = b + \frac{a}{n}.$$

Podnosząc obie strony do potęgi n i stosując wzór dwumianowy, otrzymujemy

$$(a' + b')^n = \left(b + \frac{a}{n}\right)^n = b^n + nb^{n-1} \frac{a}{n} + \dots,$$

gdzie wielokropek oznacza sumę dodatnich składników.

Stąd

$$(a' + b')^n > b^n + b^{n-1}a \geq b^n + a^n > c^n.$$

Ostatecznie

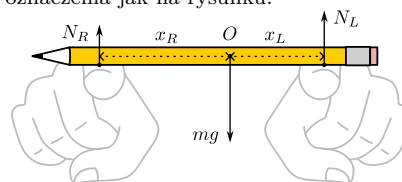
$$(a' + b')^n > c^n = (c')^n,$$

a zatem $a' + b' > c'$.



Rozwiązanie zadania F 1139.

Przyjmijmy oznaczenia jak na rysunku:



Przed rozpoczęciem ruchu palców na ołówek oprócz siły ciężkości mg przyłożonej w środku masy O działają jedynie siły reakcji N_L i N_R . Rozkład masy ołówka wzdłuż jego osi jest niesymetryczny, zatem możemy przyjąć $x_L < x_R$. Momenty sił względem punktu O muszą się równoważyć:

$$x_L N_L = x_R N_R.$$

Wynika stąd $N_L > N_R$, więc aby wprawić palce w jednostajny ruch, należy przewyciszyć jedynie siłę tarcia statycznego działającą na prawy palec. Ołówek pozostanie w bezruchu względem lewego palca i zacznie przesuwając się po prawym. Warunek równowagi momentów sił względem punktu O nie zmienia swej postaci, dopóki siły tarcia działające na ołówek będą się znosić. Oznacza to, że stosunek sił reakcji N_L/N_R będzie malał, dopóki będzie spełniona nierówność:

$$\mu_s N_L \geq \mu N_R.$$

Dla $N_R > (\mu_s/\mu)N_L$, czyli $x_R < (\mu/\mu_s)x_L$, ołówek zacznie przesuwać się również względem lewego palca. Teraz warunek równowagi momentów sił względem punktu O przyjmie postać:

$$x_L N_L + r \mu N_R = x_R N_R + r \mu N_L.$$

Przekształcając równoważnie, otrzymujemy:

$$\frac{N_L}{N_R} = \frac{x_R - r \mu}{x_L - r \mu}.$$

Jeżeli palce zbliżają się dostatecznie powoli, rosnąca wypadkowa sił tarcia kinetycznego działająca na ołówek wyhamuje go względem prawego palca, zanim licznik ułamka po prawej stronie powyższego równania osiągnie wartość zero. Ołówek pozostanie w bezruchu względem prawego palca i będzie dalej przesuwać się po lewym. Opisany proces będzie przebiegał na przemian w jedną i w drugą stronę, dopóki palce się nie zetkną. Przez cały czas punkt O będzie znajdował się pomiędzy palcami, czyli ołówek nie straci równowagi.



Rozwiązanie zadania F 1140.

Siła tarcia kinetycznego ma zawsze kierunek ruchu ciała i zwrot przeciwny do zwrotu wektora prędkości. Gdy korek wprawiany jest w ruch obrotowy, siła nacisku na ścianki butelki nie zmienia się, więc wartość siły tarcia na jednostkę powierzchni f pozostaje taka sama we wszystkich punktach styczności. Zmienia się jednak kierunek działania tej siły. Stosunek wartości składowej pionowej $f_\downarrow$ do całkowitej wartości siły musi być taki sam jak stosunek prędkości v do wypadkowej prędkości powierzchni korka w każdym punkcie styczności:

$$f_\downarrow/f = \frac{v}{\sqrt{v^2 + \omega^2 r^2}}.$$

Podstawiając $f_\downarrow = f/2$ do powyższego wzoru, otrzymujemy $\omega = \sqrt{3}v/r$. Warto zauważyć, że wypadkowy moment siły pochodzący od poziomej składowej siły tarcia na jednostkę powierzchni można łatwo pokonać, zwiększając ramię siły zewnętrznej, którą przykładamy do korka. Na przykład zamiast łapać korek dłonią, można użyć kombinerek.