

Zadania z fizyki nr 640, 641

Redaguje Elżbieta ZAWISTOWSKA

Termin nadsyłania rozwiązań: 31 VIII 2017

Czołówka ligi zadaniowej **Klub 44 F**
po uwzględnieniu ocen rozwiązań zadań
626 ($WT = 1,98$), 627 ($WT = 3,18$)
628 ($WT = 3,55$), 629 ($WT = 3,18$)
z numerów 11/2016 i 12/2016

Michał Koźlik	Poznań	42,91
Tomasz Wietecha	Tarnów	38,37
Marian Łupieżowicz	Gliwice	38,33
Tomasz Rudny	Gliwice	37,68
Jan Zambrzycki	Białystok	32,58
Andrzej Idzik	Bolesławiec	32,22
Jacek Konieczny	Poznań	29,51
Ryszard Woźniak	Kraków	28,77

640. Do wahadła matematycznego AB (rys. 1) o masie M przyćepione jest wahadło matematyczne BC o masie m . Punkt zawieszenia A tego wahadła podwójnego drga harmonicznje wzdłuż linii poziomej z częstością ω i małą amplitudą. Znaleźć długość nici dolnego wahadła, jeżeli górna nić przez cały czas pozostaje pionowa.

641. Gumowy kabel ma współczynnik sprężystości k , masę m i długość l . Okrąg zrobiony z tego kabla obraca się z prędkością kątową ω w płaszczyźnie poziomej wokół osi pionowej, przechodzącej przez środek okręgu. Wyznaczyć promień obracającego się pierścienia.

Rozwiązania zadań z numeru 2/2017

Przypominamy treść zadań:

632. Dielektryczna kula o promieniu b naładowana jest ze stałą gęstością objętościową $\rho > 0$. Wewnątrz kuli znajduje się uziemiona, metalowa sfera o promieniu a (rys. 2). Znaleźć ładunek indukowany na tej sferze.

633. Cienka soczewka rozpraszająca o ogniskowej f i zwierciadło sferyczne wklęsłe mają wspólną oś optyczną (rys. 3). Środek zwierciadła znajduje się w jednym z ognisk soczewki. Układ daje rzeczywisty obraz przedmiotu S umieszczonego w dowolnej odległości na prawo od soczewki. Znaleźć ogniskową zwierciadła.

632. Pole elektrostatyczne układu jest złożeniem pola od kuli dielektrycznej i pola od uziemionej sfery.

Oznaczmy natężenie pola od kuli przez $E_1(r)$, gdzie r jest odległością od środka kuli. Dla $r > b$ mamy zgodnie z prawem Gaussa $4\pi\epsilon_0 r^2 E_1(r) = 4\pi b^3 \rho / 3$, czyli pole $E_1(r) = b^3 \rho / (3\epsilon_0 r^2)$ jest takie, jak od ładunku punktowego równego ładunkowi kuli i umieszczonego w środku kuli. Potencjał od kuli w rozważanym obszarze jest również taki, jak od ładunku punktowego i wynosi $V_1(r) = b^3 \rho / (3\epsilon_0 r)$. Dla $0 \leq r \leq b$ mamy $E_1(r) = \rho r / (3\epsilon_0)$. Aby otrzymać potencjał w tym obszarze, do potencjału $V_1(b) = \rho b^2 / (3\epsilon_0)$ musimy dodać pracę pola elektrycznego przy przenoszeniu jednostkowego ładunku z punktu oddalonego o r od środka kuli do punktu na powierzchni kuli:

$$V_1(r) = V_1(b) + (E_1(r) + E_1(b)) \frac{b-r}{2} = \rho \frac{3b^2 - r^2}{6\epsilon_0}.$$

Pole od uziemionej sfery dla $r > a$ dane jest wzorem $E_2(r) = Q / (4\pi\epsilon_0 r^2)$, gdzie Q jest ładunkiem indukowanym na sferze. Potencjał w tym obszarze jest równy $V_2(r) = Q / (4\pi\epsilon_0 r)$. Wypadkowy potencjał uziemionej sfery to

$$V(a) = V_1(a) + V_2(a) = 0,$$

stąd szukany ładunek indukowany wynosi

$$Q = -2\pi\rho a \frac{3b^2 - a^2}{3}.$$

633. Niech x_1 oznacza odległość przedmiotu S od soczewki. Zgodnie ze wzorem soczewkowym odległość obrazu od soczewki dana jest wzorem $y_1 = f x_1 / (x_1 - f)$ (rys. 4) i dla

przedmiotu rzeczywistego, gdy $0 \leq x_1 \leq \infty$, spełnia warunki

$$(1) \quad f \leq y_1 \leq 0.$$

Soczewka rozpraszająca daje zawsze obraz pozorny przedmiotu rzeczywistego. Obraz ten jest przedmiotem rzeczywistym dla zwierciadła, odległym od niego o $x_2 = -f - y_1$. Zgodnie z (1)

$$(2) \quad -f \leq x_2 \leq -2f.$$

Obraz w zwierciadle musi być przedmiotem pozornym dla soczewki, zatem jego odległość od zwierciadła spełnia warunek $y_2 \geq -f$. Soczewka rozpraszająca daje rzeczywisty obraz przedmiotu pozornego, gdy odległość tego przedmiotu $x_3 = -(y_2 + f)$ spełnia warunek $f x_3 / (x_3 - f) \geq 0$, czyli $x_3 \geq f$. Stąd $y_2 \leq -2f$. Zatem spełnione są warunki

$$\frac{-1}{2f} \leq \frac{1}{y_2} \leq \frac{-1}{f}.$$

Korzystając z równania zwierciadła

$$\frac{1}{y_2} = \frac{1}{f_1} - \frac{1}{x_2},$$

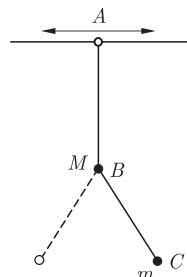
gdzie f_1 jest ogniskową zwierciadła, otrzymujemy następujące ograniczenia:

$$-\frac{1}{2f} + \frac{1}{x_2} \leq \frac{1}{f_1} \leq -\frac{1}{f} + \frac{1}{x_2},$$

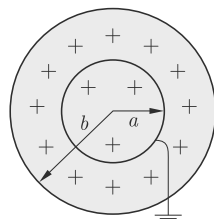
a biorąc pod uwagę warunek (2), dostajemy

$$-\frac{1}{2f} - \frac{1}{f} \leq \frac{1}{f_1} \leq -\frac{1}{f} - \frac{1}{2f}.$$

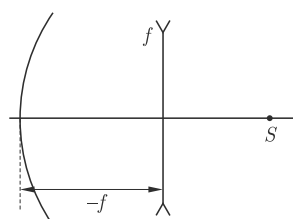
Ostatecznie szukana ogniskowa zwierciadła jest równa $f_1 = -2f/3$.



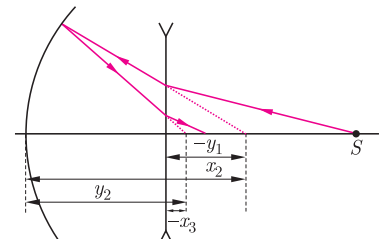
Rys. 1



Rys. 2



Rys. 3



Rys. 4