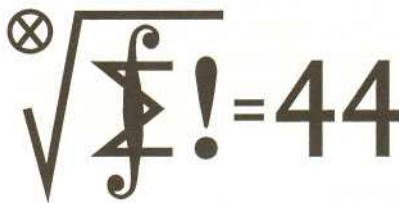




Klub 44

Liga zadaniowa Wydziału Matematyki, Informatyki i Mechaniki,
Wydziału Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego i Redakcji *Delty*



Skrót regulaminu

Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru n w terminie do końca miesiąca $n + 2$. Szkice rozwiązań zamieszczamy w numerze $n + 4$. Można nadsyłać rozwiązania czterech, trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Rozwiązania zadań z matematyki i z fizyki należy przysyłać w oddzielnych kopertach, umieszczając na kopercie dopisek: **Klub 44 M** lub **Klub 44 F**. Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez współczynnik trudności danego zadania: $WT = 4 - 3S/N$, gdzie S oznacza sumę ocen za rozwiązania tego zadania, a N – liczbę osób, które nadesłały rozwiązanie choćby jednego zadania z danego numeru w danej konkurencji (**M** lub **F**) – i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu **44** punktów, w dowolnym czasie i w którejkolwiek z dwóch konkurencji (**M** lub **F**), zostaje on członkiem **Klubu 44**, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo – to tytuł **Weterana**. Szczegółowy regulamin został wydrukowany w numerze 2/1997.

Termin nadsyłania rozwiązań: 28 II 1998

Zadania z matematyki nr 351, 352

Redaguje Marcin E. KUCZMA

Czołówka ligi zadaniowej

Klub 44 M

po uwzględnieniu ocen rozwiązań
zadań 339 ($WT=1,53$) i 340 ($WT=2,29$)
z numeru 4/1997

Marcin Kasperski	– Warszawa	45,13
Witold Bednorz	– Tychy	38,45
Tomasz Rawlik	– Braunschweig	38,33
Przemysław Gadziński	– Środa Śl.	36,81
Maciej Mostowski	– Warszawa	36,72
Konrad Patkowski	– Gdańsk	36,27

Pan Kasperski po raz drugi przekracza próg czterdziestu czterech punktów.

351. Wyznaczyć największą liczbę naturalną n , dla której istnieją czteroelementowe zbiory A_1, \dots, A_n o następującej własności: każdy zbiór A_i ma z każdym innym zbiorem A_j dokładnie jeden element wspólny, ale nie istnieje wspólny element wszystkich zbiorów A_i .

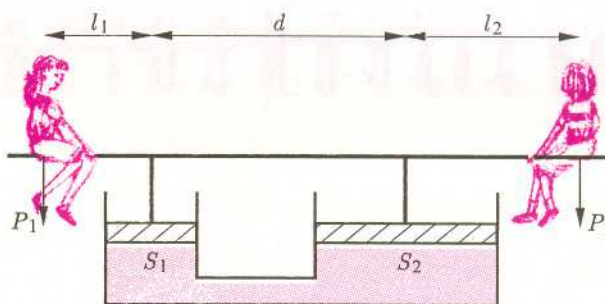
352. Funkcja różniczkowalna $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ spełnia wraz z pewną funkcją $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ równanie $f(x) = g(f'(x))$ dla $x \in \mathbb{R}$. Dowieść, że funkcja f jest wypukła lub wklęsła.

Zadanie **352** (nawiązujące do zadania **308** z numeru 10/1995) zaproponował pan Andrzej Daniluk z Krakowa.

Zadania z fizyki nr 248, 249

Redaguje Jerzy B. BROJAN

248. Kasia i Basia siedzą na huśtawce opartej na dwóch podpórkach odległych o d i połączonych z tłokami o powierzchniach S_1 i S_2 wywierającymi parcie na ciecz (rys.); odległości dziewczynek od punktów podparcia wynoszą odpowiednio l_1 i l_2 . Jaki warunek muszą spełniać wymienione parametry oraz ciężary dziewczynek P_1 i P_2 , aby huśtawka pozostawała w równowadze? Ciężar huśtawki i tłoków pominąć.



249. „Czarna skrzynka” zawiera układ oporników i cztery wyprowadzenia, przy czym do dwóch spośród nich przykładamy ustalone napięcie U ze źródła zasilania, a do pozostałych dwóch dołączamy woltmierz o bardzo wielkim oporze własnym i mierzymy napięcie U' . Istnieje sześć możliwych sposobów przyłączenia zasilania i woltmierza do „czarnej skrzynki”, a zatem sześć możliwych wartości U' .

Zaprojektować taki możliwie najprostszy schemat „czarnej skrzynki”, aby wśród nich znalazły się $U' = 0,75U$, $U' = 0,5U$ i $U' = 0,25U$.

Pytanie poza konkursem: czy ktoś z Czytelników zaprojektuje taki „uniwersalny dzielnik napięcia”, że otrzymuje się $U' = (n/7)U$, $n = 1, 2, \dots, 6$?



Rozwiązanie zadania M 829.

Gdyby teza zadania była fałszywa, to okrąg opisany na n -kącie foremnym przecinałby elipsę przynajmniej w pięciu punktach, a to nie jest możliwe.