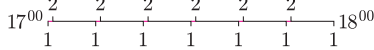
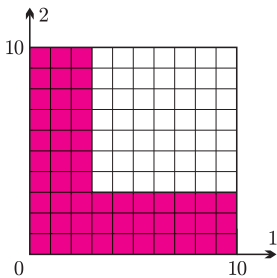


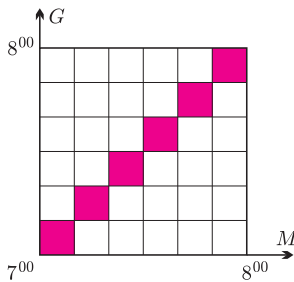
Słynnym przykładem jest tzw. *igła Buffona*, z którą związana jest ciekawa metoda eksperymentalnego przybliżania wartości liczby  $\pi$ . Więcej na ten temat w tym numerze *Delt* na stronie 15.



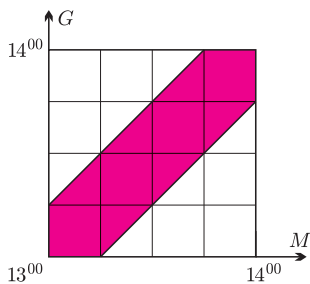
Rys. 1



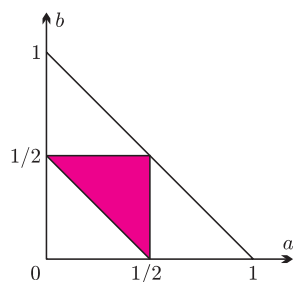
Rys. 2



Rys. 3



Rys. 4



Rys. 5

## Prawdopodobieństwo geometryczne

Joanna JASZUŃSKA

Rozmaite zagadnienia można wygodnie i ładnie ilustrować geometrycznie. Jeśli wyniki doświadczenia losowego dają się zinterpretować jako punkty pewnego obszaru i każdy wynik jest jednakowo prawdopodobny, to prawdopodobieństwo określonego zdarzenia można wyznaczyć jako stosunek miary (pola, objętości etc.) odpowiadającej mu części obszaru do miary całości.

Trzeba uważać na pewne trudności, widoczne np. w *paradoksie Bertranda*, w którym na to samo pytanie udziela się trzech różnych odpowiedzi. Można o nim przeczytać np. w artykule *Paradoksy rachunku prawdopodobieństwa* w *Delcie* nr 4/1992, dostępnym na stronie [deltami.edu.pl](http://deltami.edu.pl).

**1.** Pod domem Gucia zatrzymują się tramwaje numer 1 i 2, każdy z nich kursuje co 10 minut. Gucio codziennie o przypadkowej porze pomiędzy 17<sup>00</sup> a 18<sup>00</sup> przychodzi na przystanek i wsiada w pierwszy tramwaj, który przyjedzie.

- Tramwajem 1 dojeżdża do cici, a tramwajem 2 – do wujka. Czy układ ten jest sprawiedliwy, tzn. czy Gucio porównywalnie często odwiedza cicię i wujka?
- Z jakim prawdopodobieństwem Gucio będzie jutro czekał najwyżej 3 minuty?

**2.** Maja i Gucio jeżdżą do pracy z tego samego przystanku tramwajem kursującym co 10 minut od 7<sup>00</sup>. Maja przyjdzie jutro o przypadkowej porze pomiędzy 7<sup>00</sup> a 8<sup>00</sup> i wsiądzie w pierwszy tramwaj, który przyjedzie. Gucio postąpi tak samo. Z jakim prawdopodobieństwem spotkają się w tramwaju?

**3.** Maja jutro o przypadkowej porze pomiędzy 13<sup>00</sup> a 14<sup>00</sup> przyjdzie do baru *Karaluch* i wyjdzie po 15 minutach, ale nie później niż o 14<sup>00</sup>. Gucio postąpi tak samo. Z jakim prawdopodobieństwem spotkają się?

**4.** Patyk o długości 1 złamano w dwóch przypadkowych miejscach. Jakie jest prawdopodobieństwo, że z otrzymanych trzech części da się zbudować trójkąt?

### Rozwiązania

**R1.** (a) Nie musi być sprawiedliwy. Jeśli np. tramwaj 2 przyjeżdża zawsze minutę po tramwaju 1 (rys. 1), to tylko przez tę minutę z każdego z dziesięciu najbliższym nadjeżdżającym tramwajem jest 2, czyli Gucio odwiedza wujka średnio raz na dziesięć dni. □

(b) Rysunek 2 ilustruje możliwe czasy oczekiwania na tramwaje: 1 – oś pozioma i 2 – oś pionowa. Czas oczekiwania do 3 minut oznaczono kolorem. Jego prawdopodobieństwo to stosunek pola kolorowego do pola całości, czyli 51/100. □

**R2.** Rysunek 3 ilustruje możliwe godziny przyścia Mai (oś pozioma), Gucia (oś pionowa) oraz ich spotkania (kolorowy obszar). Szukane prawdopodobieństwo to stosunek pola kolorowego obszaru do pola całego kwadratu, czyli 1/6. □

**R3.** Rozwiązanie jest analogiczne jak w poprzednim zadaniu (rys. 4), tym razem prawdopodobieństwo jest równe 7/16. □

**R4.** Oznaczmy długości odpowiednio lewej i środkowej części przez  $a$  i  $b$ , wówczas  $0 < a, b < 1$  oraz  $a + b < 1$ , a trzeci fragment ma długość  $1 - a - b$ . Trójkąt da się zbudować, gdy zachodzą nierówności:  $b + (1 - a - b) > a$ ,  $a + (1 - a - b) > b$  oraz  $a + b > 1 - a - b$ , czyli  $1/2 > a$ ,  $1/2 > b$  oraz  $a + b > 1/2$ . Odpowiada to kolorowemu obszarowi na rysunku 5, a szukane prawdopodobieństwo to stosunek jego pola do pola całej figury zadanej warunkami  $0 < a, b < 1$  oraz  $a + b < 1$ , czyli 1/4. □

### Zadanie domowe

**5.** Maja w piątek o przypadkowej porze pomiędzy 20<sup>00</sup> a 21<sup>00</sup> przyjdzie do kawiarni, Gucio postąpi tak samo. Maja wyjdzie po 20 minutach, ale nie później niż o 21<sup>00</sup>; Gucio zostanie do 21<sup>00</sup>. Z jakim prawdopodobieństwem spotkają się?