

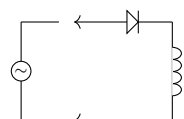
Uwaga 1. Aż do słów „W kontekście...” nie zostało wykorzystane założenie o różnowartościowości etykiet (poza jedną). Dzięki temu ów początkowy fragment rozwiązania daje dowód własności o bardziej ogólnym charakterze, ważnej i ciekawej: dla dowolnej permutacji (x_1, \dots, x_n) zbioru $\{1, \dots, n\}$ suma cykliczna $\sum |x_i - x_{i+1}|$ nie przekracza $\lfloor n^2/2 \rfloor$ (wzór (2)).

Uwaga 2. Michał Adamaszek, autor zadania, zwrócił uwagę, że permutacje (x_1, \dots, x_n) , w których wszystkie wartości $|x_i - x_{i+1}|$ (dla $i = 1, \dots, n-1$) są różne, były przedmiotem badań (<https://mathworld.wolfram.com/GracefulPermutation.html>). Domykająca cykl różnica $|x_n - x_1|$ dubluje jedną z tych $n-1$ wartości (to liczba k z zadania). Otwarte pozostaje pytanie o dokładną identyfikację wszystkich możliwych par (x_1, x_n) (<http://people.math.sfu.ca/~goddyn/Problems/problems.html>), a nawet pytanie o zbiór wszystkich możliwych wartości k (dla ustalonej liczby n).

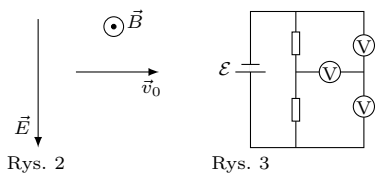
Klub 44 F



Termin nadsyłania rozwiązań: 30 VI 2022

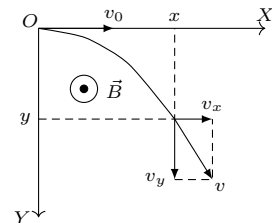


Rys. 1

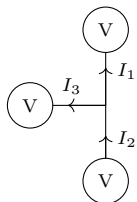


Rys. 2

Rys. 3



Rys. 4



Rys. 5

Zadania z fizyki nr 736, 737

Redaguje Elżbieta ZAWISTOWSKA

736. Cewkę o indukcyjności L połączoną szeregowo z idealną diodą podłączono w chwili t_0 do źródła napięcia przemiennego $u = U \sin \omega t$ (rys. 1). Znajdź natężenie prądu w cewce w funkcji czasu. Opory omowe zanedbujemy.

737. Lodówka utrzymuje w zamrażalniku stałą temperaturę -12°C . Gdy temperatura w pokoju wynosi 25°C , silnik włącza się co 8 minut, pracuje 5 minut, po czym następuje pauza. Jak często i na jak długo będzie włączać się lodówka, gdy temperatura w pokoju obniży się do 15°C ? Przy jakiej maksymalnej temperaturze w pokoju lodówka może utrzymać w zamrażalniku zadaną temperaturę? Zakładamy, że lodówka jest idealną maszyną cieplną.

Rozwiązania zadań z numeru 12/2021

Przypominamy treść zadań:

728. Dodatnio naładowana cząstka porusza się w jednorodnych, wzajemnie prostopadłych polach: elektrycznym o natężeniu E i magnetycznym o indukcji B . W pewnej chwili prędkość cząstki wynosi \vec{v}_0 ($\vec{v}_0 \perp \vec{E}$ i $\vec{v}_0 \perp \vec{B}$; rys. 2), przy czym $E = v_0 B$. Ile wynosi wartość wektora prędkości cząstki w tych chwilach, gdy tworzy on kąt π z wektorem \vec{v}_0 ?

729. W obwodzie przedstawionym na rysunku 3 wszystkie woltomierze są identyczne. Siła elektromotoryczna baterii wynosi $\mathcal{E} = 5\text{ V}$, jej opór wewnętrzny jest zanedbywalny. Górny woltomierz wskazuje napięcie $U_1 = 2\text{ V}$. Co wskazują pozostałe woltomierze?

728. Cząstka porusza się w płaszczyźnie XY (rys. 4) i w chwili, gdy jej prędkość jest równa $\vec{v} = (v_x, v_y)$, siła Lorentza wynosi $\vec{F} = q(-v_y B, v_x B)$, gdzie q jest ładunkiem cząstki. Równanie ruchu cząstki w kierunku osi X ma postać

$$m \frac{dv_x}{dt} = -qv_y B = -qB \frac{dy}{dt},$$

gdzie m jest masą cząstki, a jego rozwiązanie

$$v_x = v_0 - qBy/m.$$

W chwilach, gdy prędkość cząstki tworzy kąt π z wektorem prędkości początkowej,

$$v_x = -v \quad \text{i} \quad y = m(v_0 + v)/qB.$$

Z zasady zachowania energii

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2} + qEy.$$

Uwzględniając, że $E = v_0 B$, otrzymujemy równanie kwadratowe

$$v^2 - 2v_0 v - 3v_0^2 = 0,$$

którego rozwiązaniem jest szukana wartość prędkości: $v = 3v_0$.

729. Zgodnie z drugim prawem Kirchhoffa dla dużego oczka napięcie wskazywane przez dolny woltomierz wynosi $U_2 = 3\text{ V}$. Oznaczając natężenia prądów płynących odpowiednio przez górny, dolny i środkowy woltomierz przez I_1, I_2, I_3 (rys. 5) mamy z pierwszego prawa Kirchhoffa: $I_2 = I_1 + I_3$. Stąd, ponieważ mierniki są jednakowe,

$$U_3 = U_2 - U_1 = 1\text{ V}.$$

Skrót regulaminu

Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru n w terminie do końca miesiąca $n + 2$. Szkice rozwiązań zamieszczamy w numerze $n + 4$. Można nadsyłać rozwiązania czterech, trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Rozwiązania zadań z matematyki i z fizyki należy przysyłać w oddzielnych kopertach, umieszczając na kopercie dopisek: **Klub 44 M** lub **Klub 44 F**. Można je przysyłać również pocztą elektroniczną pod adresem delta@mimuw.edu.pl (preferujemy pliki pdf). Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez

współczynnik trudności danego zadania: $WT = 4 - 3S/N$, przy czym S oznacza sumę ocen za rozwiązania tego zadania, a N – liczbę osób, które nadesłały rozwiązanie choćby jednego zadania z danego numeru w danej konkurencji (**M** lub **F**) – i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu 44 punktów, w dowolnym czasie i w którejkolwiek z dwóch konkurencji (**M** lub **F**), zostaje on członkiem **Klubu 44**, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo – to tytuł **Weterana**. Szczegółowy regulamin został wydrukowany w numerze 2/2002 oraz znajduje się na stronie deltami.edu.pl.