

Klub 44 F



Termin nadsyłania rozwiązań: 31 XII 2022

Zadania z fizyki nr 744, 745

Redaguje Elżbieta ZAWISTOWSKA

744. Z północnego bieguna Ziemi chcemy wystrzelić pocisk balistyczny (poruszający się pod wpływem siły ciężkości), który trafi w punkt na równiku, nadając mu najmniejszą możliwą prędkość początkową. Znaleźć wartość tej prędkości oraz kąt, pod którym należy oddać wystrzał. Opory ruchu zaniedbujemy, przyjmujemy, że Ziemia jest jednorodną kulą o promieniu R .

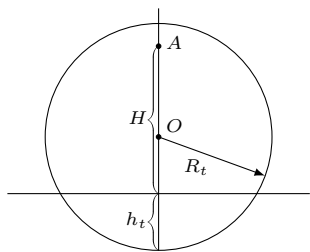
745. Długi cienki pręt porusza się ze stałą prędkością wzdłuż swojej osi. Obserwator znajduje się w dużej odległości od osi. W chwili, gdy promień skierowany na środek pręta utworzył kąt α z kierunkiem jego ruchu, widziana długość pręta okazała się równa jego długości spoczynkowej. Znaleźć prędkość pręta.

Rozwiązania zadań z numeru 6/2022

Przypominamy treść zadań:

740. Gdy pocisk wystrzelony pionowo do góry rozrywa się w najwyższym punkcie toru, to rozpada się na bardzo dużo odłamków lecących równomiernie we wszystkie strony z prędkością początkową v_0 . Taki sam pocisk lecący pionowo w dół rozrywa się na wysokości H nad ziemią i w chwili rozzerwania ma prędkość u . Kiedy odłamki będą padać na ziemię z największą częstością?

741. Na nieruchome, płaskie zwierciadło o masie m pada prostopadle do jego powierzchni płaska fala świetlna o energii W_0 . Znaleźć prędkość końcową zwierciadła i energię odbitej od niego fali. Rozważyć przypadki graniczne, gdy energia fali padającej jest dużo większa oraz dużo mniejsza od energii spoczynkowej zwierciadła.



740. Po rozerwaniu w chwili $t = 0$ środek masy układu opada w dół z przyspieszeniem g i prędkością początkową u , a w układzie środka masy odłamki znajdują się na sferze rozszerzającej się z prędkością v_0 .

Rozważmy przedział czasowy $t_1 \leq t \leq t_2$, gdzie t_1 jest czasem spadania na ziemię pierwszego odłamka, a t_2 to czas, po którym spada odłamek ostatni. W chwili t promień sfery wynosi $R_t = v_0 t$, a droga, jaką przebył środek sfery, $|AO| = ut + gt^2/2$ (zobacz rysunek). Na ziemi leżą odłamki, które byłyby rozłożone na powierzchni wycinka sfery o wysokości

$$h_t = R_t - (H - |AO|) = v_0 t - H + ut + gt^2/2.$$

Ich masa to

$$m(t) = 2\pi R_t h_t m_0 / (4\pi R_t^2) = m_0 [(u + v_0)/2v_0 + gt/4v_0 - H/2v_0 t],$$

gdzie m_0 jest masą wszystkich odłamków (masą pocisku).

Szukana częstość padania odłamków jest pochodną funkcji $m(t)$:

$$dm/dt = m_0 g/4v_0 + m_0 H/2v_0 t^2.$$

Wartość tej pochodnej jest największa, gdy $t = t_1$.

Odłamek, który pierwszy spada na ziemię, ma w punkcie A prędkość $u + v_0$, zatem $H = (u + v_0)t_1 + gt_1^2/2$. Stąd szukany czas

$$t_1 = [\sqrt{2gH + (u + v_0)^2} - (u + v_0)]/g.$$

741. Oznaczając przez W_1 energię fali odbitej od zwierciadła, a przez v prędkość uzyskaną przez zwierciadło, możemy zapisać zasadę zachowania energii:

$$W_0 + mc^2 = W_1 + mc^2/\sqrt{1 - v^2/c^2},$$

oraz zasadę zachowania pędu:

$$W_0/c = -W_1/c + mv/\sqrt{1 - v^2/c^2}.$$

Rozwiązując ten układ równań, otrzymujemy:

$$(1) \quad v = c[(1 + 2W_0/mc^2)^2 - 1]/[(1 + 2W_0/mc^2)^2 + 1],$$

$$(2) \quad W_1 = W_0/(1 + 2W_0/mc^2).$$

Z równania (2) widać, że energia fali odbitej nie może przekroczyć połowy energii spoczynkowej zwierciadła, niezależnie od energii fali padającej: $W_1 < mc^2/2$. Zatem im większa jest energia fali padającej, tym większa część tej energii jest przekazana zwierciadłu. Gdy $W_0 \gg mc^2$, praktycznie całą energię fali przejmuje zwierciadło.

W przypadku nierelatywistycznym, gdy $W_0 \ll mc^2$, równania (1) i (2) możemy uprościć:

$$v/c \approx 2W_0/mc^2, \quad W_1 \approx W_0(1 - 2W_0/mc^2).$$

Zatem w tym przypadku fala prawie w całości zostaje odbita od zwierciadła, przekazując tylko nieznaczną część swojej energii. Zwierciadło można efektywnie rozpedzić tylko wtedy, gdy energia fali padającej jest porównywalna z jego energią spoczynkową.

Skrót regulaminu

Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru n w terminie do końca miesiąca $n + 2$. Szkice rozwiązań zamieszczamy w numerze $n + 4$. Można nadsyłać rozwiązania czterech, trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Rozwiązania zadań z matematyki i z fizyki należy przysyłać w oddzielnych kopertach, umieszczając na kopercie dopisek: **Klub 44 M** lub **Klub 44 F**. Można je przysyłać również pocztą elektroniczną pod adresem delta@mimuw.edu.pl (preferujemy pliki pdf). Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez

współczynnik trudności danego zadania: $WT = 4 - 3S/N$, przy czym S oznacza sumę ocen za rozwiązania tego zadania, a N - liczbę osób, które nadesłały rozwiązanie choćby jednego zadania z danego numeru w danej konkurencji (**M** lub **F**) - i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu 44 punktów, w dowolnym czasie i w którejkolwiek z dwóch konkurencji (**M** lub **F**), zostaje on członkiem **Klubu 44**, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo - to tytuł **Weterana**. Szczegółowy regulamin został wydrukowany w numerze 2/2002 oraz znajduje się na stronie deltami.edu.pl.