

Jak interpretować te wnioski? W przypadku zadania 1 wniosek jest jasny: tak postawiony problem nie ma rozwiązania, tzn. żadna liczba nie spełnia wszystkich postawionych warunków. W szczególności należy skonkludować, że pierwsze przedstawione rozwiązanie jest niepoprawne, a przynajmniej niekompletne. Wywnioskowaliśmy w nim jedynie, że żadna liczba inna niż 50 nie spełnia warunków zadania. Wkrótce okazało się, że nawet ona ich nie spełnia. Głębsze rozterki budzą zadania 2 i 3. Czy jest sens rozważać własności obiektów, które nie istnieją? Wydaje się, że tak: wszak inaczej nie moglibyśmy chociażby stwierdzić, że te własności są sprzeczne. Problem nie leży więc w naszych rozważaniach, a gdzieś w treści zadania. Pytanie, nie będąc zdaniem logicznym, nie może być niepoprawne czy fałszywe. Co innego zawarte w treściach założenia: w zadaniu 2 to, że istnieje trójkąt o podanych parametrach; w zadaniu 3 to, że na opisanej liście występuje liczba dziesięciocyfrowa.

Zadania do samodzielnego rozwiązania

4. W zaczarowanym lesie mieszkają krasnoludki, a każdy z nich nosi czapkę w jednym z czterech kolorów: niebieskim, zielonym, czerwonym albo białym. Krasnali, których czapka nie jest niebieska, jest 14; tych, których czapka nie jest zielona, jest 16; tych, których czapka nie jest czerwona, jest 24; wreszcie czapki 12 krasnali nie są białe. Ile krasnoludków żyje w zaczarowanym lesie?
5. Na moim parapecie rosną różne rośliny, każda we własnej doniczce. Spośród wszystkich doniczek $\frac{1}{3}$ zawiera storczyki, $\frac{1}{4}$ – paprocie, a $\frac{1}{6}$ – kaktusy. W pozostałych 4 doniczkach rosną bławatki. Ile doniczek mam na parapecie?
6. Jakie długości mogą mieć boki trójkąta równoramiennego, jeśli jego obwód ma długość 45 cm, a jeden z boków 23 cm?
7. Znajdź sumę wysokości trójkąta o polu 96 i bokach 12, 16, 24.



Dlaczego warto badać teorie wykraczające poza Ogólną Teorię Względności?

Sreekanth HARIKUMAR*

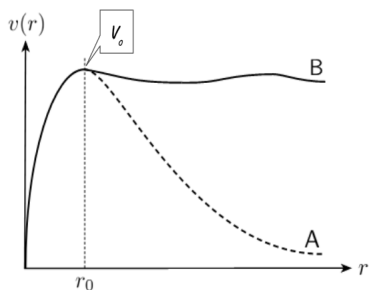
* Narodowe Centrum Badań Jądrowych

Badanie krzywych rotacji miało na celu „zważenie” galaktyki. Zgodnie z prawem ciążenia Newtona (które jest dobrym przybliżeniem OTW dla słabych pól grawitacyjnych i prędkości małych w porównaniu z prędkością światła), gdy gwiazda o masie m porusza się wokół centrum galaktyki po orbicie kołowej o promieniu r , siła ciążenia równoważy się z siłą odśrodkową: $\frac{GM(r)m}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$. Stąd jej prędkość rotacji wynosi: $v = \sqrt{\frac{GM(r)}{r}}$, gdzie $M(r)$ oznacza całkowitą masę zawartą wewnątrz promienia r orbity. Masa ta rośnie oczywiście z promieniem, rośnie też prędkość rotacji, aż do promienia r_0 , gdy możemy przyjąć, iż praktycznie cała masa galaktyki jest zawarta wewnątrz $M(r_0) \approx M_{\text{tot}}$. Wówczas gwiazdy peryferyjne powinny poruszać się z prędkościami malejącymi jak $1/\sqrt{r}$, a prędkość maksymalna v_0 wyznaczy nam masę galaktyki. Taki był pomysł Vera Rubina.

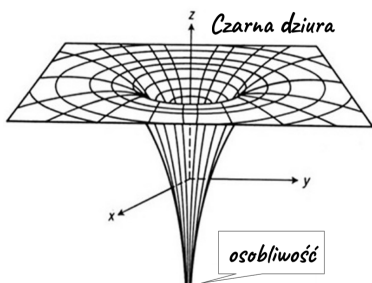
Ogólna Teoria Względności (którą w dalszej części artykułu będziemy nazywać po prostu OTW) opracowana przez Alberta Einsteina w roku 1915 jest obecnie obowiązującym opisem grawitacji we współczesnej fizyce. W ciągu ostatnich 100 lat doprowadziła nas do odkrycia wielu tajemnic Wszechświata. Jednak wśród fizyków teoretyków wciąż rośnie zainteresowanie poszukiwaniem alternatyw dla OTW. Motywacją dla tych poszukiwań są otwarte problemy fizyki, takie jak: próby wyjaśnienia natury ciemnej materii i ciemnej energii, niezgodność OTW z fizyką kwantową czy też istnienie tzw. osobliwości, o których będzie mowa w dalszej części tego artykułu.

Problem ciemnej materii

Zacznijmy od problemu ciemnej materii. Obserwacje prowadzone przez Verę Rubin pod koniec lat 60. ubiegłego wieku wykazały, że prędkości rotacji gwiazd (czyli prędkości, z jakimi obiegają one centrum Galaktyki) są niezgodne z tym, czego oczekujemy, biorąc pod uwagę oddziaływanie grawitacyjne materii świecącej. Gwiazdy na peryferiach Galaktyki poruszają się zbyt szybko. Przewidywaną przez teorię krzywą prędkości jest krzywa **A** zaznaczona na rysunku 1. Ilustruje ona sytuację, w której obiekty po osiągnięciu prędkości maksymalnej v_0 w pewnej odległości r_0 od środka galaktyki zaczynają spowalniać wraz z odległością od środka układu. Jednak to, co zaobserwowała Vera Rubin, to stała wartość prędkości v dla odległości większych od r_0 . Obserwacje badaczki ilustruje płaska krzywa prędkości **B** zaznaczona na



Rys. 1. Typowa krzywa rotacji galaktyk. Linia przerywana A odpowiada teoretycznej krzywej wyznaczonej na podstawie siły grawitacji opisanej przez Newtona, natomiast krzywa B przedstawia obserwowaną krzywą rotacji galaktyki. Schemat zaczerpnięty z pracy Araujo i inni, 2019, *Gravitation and Cosmology*



Rys. 2. Bardzo schematyczne przedstawienie czarnej dziury i związanej z nią grawitacyjnej osobliwości. Źródło: Northern Arizona University, <http://www4.nau.edu/meteorite/Meteorite/Book-GlossaryS.html>

W kwantowej teorii pola próżnia nie jest nicością, lecz kipiącym oceanem wirtualnych cząstek i antycząstek.

tym samym rysunku – po osiągnięciu prędkości maksymalnej w odległości r_0 prędkość pozostaje stała. Jednym z możliwych wyjaśnień rozbieżności obserwacji i teorii jest to, że istnieje dodatkowa masa, która oddziałuje z obserwowaną gwiazdą tylko poprzez grawitację. Brak oddziaływania elektromagnetycznego utrudnia bezpośrednią obserwację tej dodatkowej masy (ponieważ nie świeci). Stąd jej nazwa – ciemna materia. Uważa się, że ta nieznaną materię wspiera gwiazdy w utrzymywaniu tak dużych prędkości orbitalnych. Z punktu widzenia fizyki cząstek elementarnych natura ciemnej materii nie jest obecnie znana, choć istnieje kilka modeli teoretycznych. Możemy jednak zadać sobie pytanie: a może wyjaśnieniem nie jest nowy rodzaj materii? Co stanie się z naszą wiedzą o Wszechświecie, jeżeli obserwacje krzywej prędkości wytłumaczymy nie dodatkową masą, a nowym prawem grawitacji, które działa różnie w różnych skalach?

Problem osobliwości

Zgodnie z OTW grawitacja nie jest siłą, lecz przejawem zakrzywienia czasoprzestrzeni. Zakrzywienie to jest spowodowane obecnością materii i promieniowania (zarówno ich rozkładem, jak też ich przepływem) w czasoprzestrzeni. Bez wątplenia jest to naprawdę genialne rozwiązanie. Jednak wraz z nim pojawia się ogromny problem, a mianowicie – osobliwości, które nieuchronnie muszą się pojawić. Osobliwość jest cechą charakterystyczną czarnych dziur i określa punkt, w którym załamuje się geometria czasoprzestrzeni (rys. 2). Pojęcia przestrzeni i czasu nie mają w tym punkcie żadnego znaczenia. Fizycy nie są pewni, czy takie osobliwości istnieją w przyrodzie (nawet jeśli tak, to ich obserwacja nie jest możliwa, ponieważ są schowane wewnątrz tzw. horyzontu zdarzeń), czy też sama teoria nie znajduje zastosowania w tym reżimie ekstremalnych gęstości. Istnieje przekonanie, że w takich ekstremalnych skalach gęstości i w małych skalach przestrzennych OTW należy zastąpić kwantową teorią grawitacji. Połączenie OTW i fizyki kwantowej – czyli *kwantowa grawitacja*, uważana za świętego Graala fizyki – to kolejny problem, z którym borykają się fizycy.

Problem ciemnej energii

Problemy jednak nie kończą się na osobliwościach. Obserwacje supernowych typu Ia w 1998 roku ujawniły, że Wszechświat nie tylko się rozszerza, ale na dodatek przyspiesza tempo swojej ekspansji. Aby wytłumaczyć to zaskakujące zachowanie – rozszerzanie się wbrew przyciągającej sile grawitacji – wprowadzono hipotetyczną formę energii zwaną *ciemną energią*. Ciemna energia działa jak ujemne ciśnienie i aby uwzględnić ten efekt, wprowadzono stałą kosmologiczną. Stała ta, określana jako Λ , została wstawiona do podstawowego równania OTW:

$$G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}.$$

Powyższe równanie nie jest aż tak skomplikowane, jak mogłoby się wydawać. Jest to równanie różniczkowe znacznie doskonalsze od prawa grawitacji Newtona i działa zarówno dla silnych układów grawitacyjnych, jak i obiektów poruszających się z dużymi prędkościami. Wyraz $G_{\mu\nu}$, znany jako tensor Einsteina, opisuje krzywiznę czasoprzestrzeni. Tensor energii-pędu $T_{\mu\nu}$ opisuje rozkład energii, materii oraz ich przepływów w czasoprzestrzeni. Einstein wprowadził do swoich równań stałą kosmologiczną Λ , żeby móc opisać w ramach swojej teorii statyczny Wszechświat. Kiedy dzięki obserwacjom stało się jasne, że Wszechświat się rozszerza, usunął stałą kosmologiczną ze swoich równań i jej wprowadzenie uznał rzekomo za największy życiowy błąd, jaki popełnił. Później, w latach 60. XX wieku, wiązano z nią nadzieję, że może opisywać kwantowo-mechaniczną energię próżni. Jednak Λ wróciła do gry właśnie wraz z obserwacjami supernowych typu Ia. Obserwacyjnie wyznaczona wartość stałej kosmologicznej jest rzędu $\Lambda \sim 10^{-35}$. Niestety teoretyczne kwantowanie energii próżni prowadzi do 10^{120} -krotnie większych oszacowań! Ta niezgodność w wartościach jest znana jako *problem stałej kosmologicznej* i jest uważana za jedno z najgorszych przewidywań w historii fizyki!



Rozwiązanie zadania F 1071.

Podczas jazdy ze stałą prędkością v na odcinku drogi l pokonanie oporu powietrza związane jest z wykonaniem pracy $W = \frac{1}{2} C_D \rho S v^2 l$. Energia kinetyczna samochodu wynosi: $E_k = \frac{1}{2} m v^2$. Praca W zrówna się z energią E_k po przejechaniu odcinka drogi

$$l = \frac{m}{C_D S \rho}$$

Dla przyjętych danych liczbowych $l \approx 1670$ m. Podczas rozpędzania ze stałym przyspieszeniem do prędkości 100 km/h ($v \approx 28$ m/s) osiągniętej po czasie 10 s samochód pokonuje około 140 m.

Alternatywy dla OTW?

OTW jest dobrze sprawdzającym się modelem grawitacji, który doskonale zgadza się z precyzyjnymi badaniami w obrębie Układu Słonecznego, w układach podwójnych pulsarów, z soczewkowaniem grawitacyjnym czy badaniami kosmologicznymi. Należy jednak pamiętać, że obserwacje te dotyczą reżimu słabych pól grawitacyjnych. Każda nowo zaproponowana teoria musi być zgodna ze wszystkimi testami, jakie przeszła do tej pory OTW. Omówione powyżej istniejące otwarte problemy OTW są dobrą motywacją dla środowiska fizyków teoretyków do poważnego zajęcia się zmodyfikowanymi teoriami grawitacji. Obecnie istnieje wiele alternatyw dla OTW, a codziennie pojawiają się nowe prace prezentujące różne zmodyfikowane teorie mogące wytłumaczyć obserwacje, z którymi OTW ma problemy. Teoretycznie możliwości modyfikacji grawitacji jest wiele, ale to zgodność z danymi obserwacyjnymi jest ostatecznym czynnikiem decydującym. Oczekuje się, że rosnące możliwości technologiczne pozwalające na badanie wyższych energii i większych odległości w tym ogromnym Wszechświecie dadzą nam jakieś wskazówki dotyczące zachowania praw grawitacji.

Szyfr Lorenza i jego złamanie (1)

Bartosz KLIN*

* Uniwersytet Oksfordzki

Chyba wszyscy słyszeli o niemieckiej maszynie szyfrującej Enigma z czasów II wojny światowej. Historia złamania jej szyfru jest nam szczególnie bliska ze względu na ważną rolę, jaką odegrali w niej polscy kryptologowie. Pamiętamy, jak zespół matematyków z wojskowego Biura Szyfrów złamał kod Enigmy na długo przed wojną, a na krótko przed jej wybuchem przekazał całą swoją wiedzę angielskim kryptologom, którzy w ośrodku w Bletchley Park, z udziałem genialnego Alana Turinga, łamali kolejno udoskonalane wersje maszyny. Ta pobudzająca wyobraźnię historia doczekała się – i słusznie! – licznych opisów w artykułach, książkach i filmach.

Jednak tysiące ludzi pracujących w centrum Bletchley Park i innych powiązanych z nim ośrodkach nie zajmowały się wyłącznie łamaniem szyfru Enigmy. Spośród kilkunastu innych szyfrów niemieckich badanych przez Anglików szczególnie ważny był ten oparty na maszynie szyfrującej Lorenz SZ40/42. Historia złamania tego szyfru jest o wiele mniej znana, a pod pewnymi względami bardziej imponująca niż historia Enigmy.

Po pierwsze, komunikaty zakodowane szyfrem Lorenza często miały o wiele większe znaczenie wywiadowcze. Armia niemiecka używała tysięcy egzemplarzy Enigmy na wszystkich szczeblach dowodzenia, ale większość komunikatów szyfrowanych za ich pomocą miała znaczenie co najwyżej taktyczne. Tymczasem maszyny Lorenza, uważane przez Niemców za bezpieczniejsze, były używane tylko w sztabach armii do przekazywania najważniejszych informacji i rozkazów o strategicznym znaczeniu. Szyfrowane nimi komunikaty często były długie, szczegółowe i pełne bardzo cennych informacji, a rozkazy niekiedy podpisywane przez samego Adolfa Hitlera.

Po drugie, polscy, a później angielscy kryptologowie, przystępując do łamania szyfru Enigmy, wiedzieli całkiem sporo o jej konstrukcji i zasadzie działania. Komercyjne, uproszczone wersje maszyny były dostępne na rynku na długo przed wojną, a wywiady polski i francuski miały dostęp także do egzemplarzy i opisów wersji wojskowych. To nie umniejsza znaczenia ogromnej pracy matematycznej, jaka była konieczna do złamania szyfru Enigmy, ale jednak dało solidny punkt startowy dla tej pracy. Tymczasem żaden egzemplarz maszyny Lorenza, ani żaden jej opis, aż do końca wojny nie wpadł w ręce aliantów. Strukturę tej maszyny odgadnięto, a sam szyfr złamano, posługując się wyłącznie nasłuchem radiowym i matematyką.

W chwili wybuchu wojny Enigma, opatentowana i wprowadzona na rynek jeszcze w latach dwudziestych, była już trochę przestarzałą konstrukcją. Była też dość niewygodna w użyciu: sama maszyna jedynie szyfrowała komunikat, ale nigdzie

